

Handberäkning av betongpelare i jämförelse med FEM-program

Thomas Lemström

Examensarbete för ingenjör (YH)-examen
Utbildning i byggnads- och samhällsteknik
Raseborg 2023

EXAMENSARBETE

Författare: Thomas Lemström

Utbildning och ort: Utbildning i byggnads- och samhällsteknik, ingenjör (YH), Raseborg

Inriktningsalternativ/Fördjupning: Konstruktionsplanering

Handledare: Johan Degerlund, Yrkehögskolan Novia

Titel: Handberäkning av betongpelare i jämförelse med FEM -program

Datum: 23.5.2023 Sidantal: 29

Bilagor: 3

Abstrakt

Ordet FEM står för finite element method och är en populär metod inom ingenjörbranschen att lösa problem med. Examensarbetet behandlar dimensioneringsgången hos en betongpelare enligt Eurokod 2. Det finns olika sätt att dimensionera en betongpelare på, men i detta arbete är det avgränsat till en metod, den så kallade nominella krökningsmetoden. Pelare som konstruktion valdes i detta arbete för att dimensioneringen innehåller en andra ordningens analys.

Syftet med arbetet var att undersöka armeringssätt och -mängder samt analysera hur resultaten skiljer sig mellan handberäkningar och beräkningsprogram. Programmen som använts i detta arbete är Autodesk Robot Structural Analysis och Strusoft Concrete Column.

Arbetet innehåller en teoridel där bakgrunder för att dimensioneringen ska vara möjlig tas upp. En enkel betongpelare dimensioneras med hjälp av de ovannämnda programmen och jämförs mot handberäkningar. Avslutningsvis kontrolleras resultaten och arbetet avslutas med en kort reflektion.

Språk: svenska

Nyckelord: betong, EC2, nominella krökningsmetoden

OPINNÄYTETYÖ

Tekijä: Thomas Lemström

Koulutus ja paikkakunta: Rakennus- ja yhdyskuntatekniikka, insinööri (AMK), Raasepori

Suuntautumisvaihtoehto/Syventävät opinnot: Rakennesuunnittelu

Ohjaaja(t): Johan Degerlund, Yrkeshögskolan Novia

Nimike: Betonipilarin käsilaskenta verrattuna FEM-ohjelmiin

Päivämäärä 23.5.2023

Sivumäärä 29

Liitteet 3

Tiivistelmä

Opinnäytetyö käsittelee betonipilarin mitoituksen kulkua Eurokoodi 2 mukaan. Pilarin mitoitustapoja on monia, mutta tässä työssä mitoitus on rajattu nimellisen kaarevuuden menetelmään. Opinnäytetyössä tutkitaan pilaria, koska mitoitukseen sisältyy toisen kertaluvun analyysi.

Opinnäytetyön tavoitteena on tutkia raudoitustapoja ja -määriä, ja analysoida miten mitoitusten tulokset eroavat käsinlaskennan sekä laskentaohjelmistojen välillä. Opinnäytetyössä käytetyt ohjelmistot ovat Autodesk Robot Structural Analysis ja Strusoft Concrete Column.

Opinnäytetyö sisältää teoriaosuuden, jossa esitetään mitoituksen kannalta oleellista tietoa. Yksinkertainen betonipilari mitoitetaan yllämainittujen ohjelmistojen avulla ja saatuja tuloksia verrataan käsinlaskennan tuloksiin. Lopuksi tulokset tarkastetaan ja opinnäytetyö päättyy lyhyeen pohdintaosioon.

Kieli: ruotsi

Avainsanat: betoni, EC2, nimellisen kaarevuuden menetelmä

BACHELOR'S THESIS

Author: Thomas Lemström

Degree Programme: Civil and Construction Engineering

Specialization: Structural Design

Supervisor: Johan Degerlund, (Yrkeshögskolan Novia) Novia University of Applied Sciences

Title: Hand Calculation of Concrete Column in Comparison with Fem Program

Date 23.5.2023

Number of pages 29

Appendices 3

Abstract

The thesis dealt with the design process of a concrete column according to Eurocode 2. There are various ways to design a concrete column, but this thesis was limited to a method called the nominal curvature method. A column was chosen as the structure for this work because the design included a second-order analysis.

The purpose of the thesis was to investigate reinforcement methods and quantities and how the results differed between hand calculations and various calculation software. The programs used in this thesis were Autodesk Robot Structural Analysis and Strusoft Concrete Column.

The thesis included a theoretical section where everything necessary was covered to enable the design process. A simple concrete column was designed using the earlier mentioned programs and compared to manual calculations. Finally, the results were checked, and the work concluded with a brief reflection.

Language: Swedish

Key words: concrete, EC2, nominal curvature method

Innehållsförteckning

1	Inledning.....	1
2	Indata.....	2
2.1	Exponeringsklass, konsekvensklass, utförandeklass.....	2
2.2	Täckskikt.....	3
3	Dimensionering av pelare.....	6
3.1	Olika metoder vid dimensionering.....	6
3.2	Slankhet.....	7
3.3	Knäckningslängd.....	8
3.4	Måttavvikelser.....	10
3.5	Krypning.....	12
3.6	Nominella krökningsmetoden.....	14
3.6.1	Dimensionerande moment.....	15
3.7	Biaxiell böjning.....	16
4	Armering.....	19
5	Beräkningsexempel.....	22
6	Resultat.....	27
7	Reflektion.....	28
8	Källförteckning.....	29

Bilageförteckning

Bilaga 1 - Beräkningar ur Robot, Pelare böjd i en riktning (s. 1-3)

Bilaga 2 - Beräkningar ur Concrete Column, pelare böjd i en riktning (s. 4-6)

Bilaga 3 - Jämförelseberäkningar SKOL (s. 7-13)

1 Inledning

Betong är världens mest använda byggnadsmaterial. Tack vare betongens höga tryckkapacitet är det ett ypperligt material att använda till bärande konstruktioner. Dessutom klarar man av att bygga långa spann av betong, exempelvis broar. Betong består av stenmaterial, cement, vatten och tillsatsämnen. Betongen är ej heller känslig för vibrationer tack vare dess kompakta massa och isolerar ljud väl. Vid dimensioneringen av betongkonstruktioner så klassas betongen in i olika hållfasthetsklasser, i Finland är lägsta hållfasthetsklassen C12/15 och högsta C90/105. I tabell 1 får man en inblick vilka olika hållfasthetsklasser som används i Finland. Det som ganska långt styr vilken hållfasthetsklass man väljer är konstruktionens exponeringsklasser och såklart lasterna på byggnaden. (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja-osa 1 BY 211, 2013, s. 9).

Tabell 1. Hållfasthetsklasser i Finland

Taulukko 3.1 Betonin lujuus- ja muodonmuutosominaisuudet

Betonin lujuusluokka														Analyttinen yhteys/viittaus	
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck, cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	

(EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 30).

Jag har beslutat mig för att utforska lite djupare i hur ett beräkningsprogram fungerar i praktiken och vilka för- och nackdelar programmet har i jämförelse med om det skulle räknas manuellt. Intresset för handberäkningar har alltid varit stort för mig, men finns stort antal program ute på marknaden som underlättar ett ingenjörsarbete. Ordet FEM står för finite element method och är den mest använda numeriska metoden för att lösa partiella differentialekvationer relaterade till tekniska problem som annars inte skulle vara möjliga att lösa. Diverse beräkning program använder sig av den här metoden. I detta examensarbete ska jag utforska lite närmare hur det fungerar d.v.s. tillvägagångssätt, metoder och resultat. Slutligen ska jag jämföra detta med handberäkningar. Är det snabbare med program än papper och penna?

2 Indata

För att kunna dimensionera en pelare så behövs det viss information från början. Hurdana laster verkar på pelaren, i vilken miljö befinner sig pelaren, samt livslängd på pelaren? Nämnda faktorerna bestämmer kraven på konstruktionens exponeringsklass, konsekvensklass och utförandeklass samt täckskikt. I kapitel 2.1 och 2.2 fördjupar vi oss närmare vilka krav.

2.1 Exponeringsklass, konsekvensklass, utförandeklass

Betongkonstruktioner är indelade i olika exponeringsklasser. Till största delen är det miljöpåverkan som styr till vilken klass en byggnadsdel hör till. Det är exponeringsklassen som bestämmer hurdan betongkvalitet och hurdant täckskikt man ska välja. Exempelvis är pelare inomhus i skydd eller utomhus i våta och regniga förhållanden. Man kan anta att de som är utomhus kräver en högre klass med högre täckskikt och betongkvalitet. I tabell 2 nedan kan vi se de olika klasserna.

Tabell 2. Lista på typiska exponeringsklasser

RASITUSLUOKKA	KÄYTTÖALUE
X0	Raudoittamattomat rakenteet tai erittäin kuivat sisätilat
XC1	Normaalit kuivat sisätilat
XC2	Maan alla olvevat betonirakenteet, esim. Osa perustuksista
XC3	Sateelta suojatut ulkorakenteet, ei pakkasrasitusta kosteat sisätilat
XC3,4-XF1	Pystyrakenteet ulkona, osa rakenteesta voi olla sateelta suojattu, osa sateelle altis, esim. Julkisivut
XC3-XF1	Sateelta suojatut vaakarakenteet ulkona, kosteuspitoisuus korkea esim. Pysäköintitilojen vaajarakenteet
XC3,4-XF3	Pakkasrasitetut vaakarakenteet ulkona, esim. Parvekelaatat
XC3,4-XD1-XF2	Lievästi pakkassuolarasitetut rakenteet, jääsulatussuolaa voi lentää rakenteeseen ilmavirran mukana
XC3,4-XD3-XF4	Ankarasti pakkassuolarasitetut rakenteet, suolapitoista vettä

(Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 1 BY 211, 2013, s. 64).

Byggnader delas in i tre olika konsekvensklasser (CC1, CC2 och CC3). Med CC1 som den klassen med minst konsekvenser respektive CC3 med mest konsekvenser. Valet på konsekvensklass inverkar på partialkoefficienten K_{FI} . Värdet på K_{FI} har direkt inverkan på räknandet av den dimensionerande lasten i brottgränstillstånd.

Utförandeklasser finns det tre av (1,2 och 3) med 1 som den minst noggranna och 3 som den mest krävande. Valet av utförandeklass har direkt inverkan på betongkvaliteten och konsekvensklasser. Exempelvis kan en byggnad i utförandeklass 2 endast användas i konsekvensklass 1 och 2, och en max hållfasthetsklass på C50/60. Nedan i tabell 3 finns alla klasserna sammanställda och vilken inverkan de har på varandra.

Tabell 3. Lista på de olika konsekvensklasser

Seuraamus-luokka	Toleranssi-luokka	Materiaali osavarmuus	Totetus luokka	Betoni-luokat
CC1	1	perus	1	≤C20/25
	1	perus	2	≤C50/60
	1	perus	3	≤C90/105
	2	pienennetty	3	≤C90/105
CC2	1	perus	2	≤C50/60
	1	perus	3	≤C90/105
	2	pienennetty	3	≤C90/105
CC3	1	perus	3	≤C90/105
	2	pienennetty	3	≤C90/105

(Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 1 BY 211, 2013, s. 25).

I vissa situationer vid utförandeklass 3 kan mindre värden användas för materialpartialkoefficienter. De normala värdena är följande: $\gamma_c=1,5$ (betong) och $\gamma_s=1,15$ (armeringsjärn). De nedsatta värdena: $\gamma_c=1,35$ och $\gamma_s=1,10$. Vid en strängare utförandeklass får man ej använda sig av lika mycket kapacitet ur betong och armeringsjärn. (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 1 BY 211, 2013, s. 23-25).

2.2 Täckskikt

Med täckskikt avses avståndet mellan betongens yttre sida och närmaste armeringsjärn, oberoende av om armeringsjärnet är till för att binda ihop (byglar) eller om det är huvudarmering. Genom att ha ett tillräckligt tjockt täckskikt så säkerställs ordentliga vidhäftningsförhållanden och skydd mot korrosion. (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 1 BY 211, 2013, s. 73-76).

Täckskiktets nominella värde c_{nom} räknas enligt följande formel 1 (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 1 BY 211, 2013, s. 74):

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (1)$$

c_{min} minsta täckande täcksikt

Δc_{dev} dimensioneringstillägg, oftast 10 mm

Dimensioneringstillägget (Δc_{dev}) bestäms utifrån vilken toleransklass byggnaden har. I normala fall vid toleransklass 1 så är värdet på Δc_{dev} 10 mm, vid strängare dimensioneringskrav så kan värdet på 5 mm användas. Vid gjutning direkt på mark kan en högre tolerans på 20...40 mm användas. (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 1 BY 211, 2013, s. 74-75).

c_{min} räknas enligt formel 2 (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 1 BY 211, 2013, s. 74):

$$c_{min} = \max \begin{cases} c_{min,b} \\ c_{min,dur} \\ 10 \text{ mm} \end{cases} \quad (2)$$

$c_{min,b}$ är armeringsjärnens vidhäftningskrav (formel 3)

$c_{min,dur}$ är minimikrav på täcksiktets värde, se tabell 4

Minimikravet på täcksiktets värde väljs enligt exponeringsklass (tabell 4). Tabellen anger $c_{min,dur}$ för armeringsstål respektive spännstål. Vid 100 års planerad livslängd adderas det 5 mm i vissa exponeringsklasser.

Tabell 4. Minimikrav på täcksiktets värde vid 50 års planerad livslängd

Minimikrav på betongsiktets värde $c_{min,dur}$ (mm) i olika miljöförhållanden							
Kriterium	Exponeringsklass enligt tabell 4.1 i standard SFS-EN 1992-1-1						
	X0	XC1	XC2	XC3, XC4	XD1, XS1	XD2, XS2	XD3, XS3
Armeringsstål	10	10	20	25	30	35	40
Spännstål	10	20	30	35	40	45	50
100 års planerad livslängd	+0	+0	+5	+5	+5	+5	+5

Anmärkning 1. I fråga om vidhäftningsspänneheter, vars långvariga spänning i ett bruksgränstillstånd är högst 400 N/mm², tillämpas de krav som ställs på armeringsstål.

Anmärkning 2. Betongsiktets minimivärde kan minskas med 5 mm, om betongens cylinderhållfasthet är minst 10 MPa större än den minimivärde för cylinderhållfasthet som krävs med tanke på beständigheten.

Anmärkning 3. Minimikraven på betongsiktets värde gäller också förankring av spännstål och metalldelar som monteras vid gjutningen om dessa inte har skyddats mot korrosion i enlighet med exponeringsklassen.

Anmärkning 4. Betongens beständighet ska också till övriga delar uppfylla kravet på 100 års livslängd, om konstruktionens planerade livslängd är 100 år.

(Miljöministeriet, 2019, s. 17).

$c_{min,b}$ räknas enligt formel 3 (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 1 BY 211, 2013, s. 74):

$$c_{min,b} = \max \begin{cases} \varnothing_{päätanko} - \varnothing_{haka} \\ \varnothing_{haka} \end{cases} \quad (3)$$

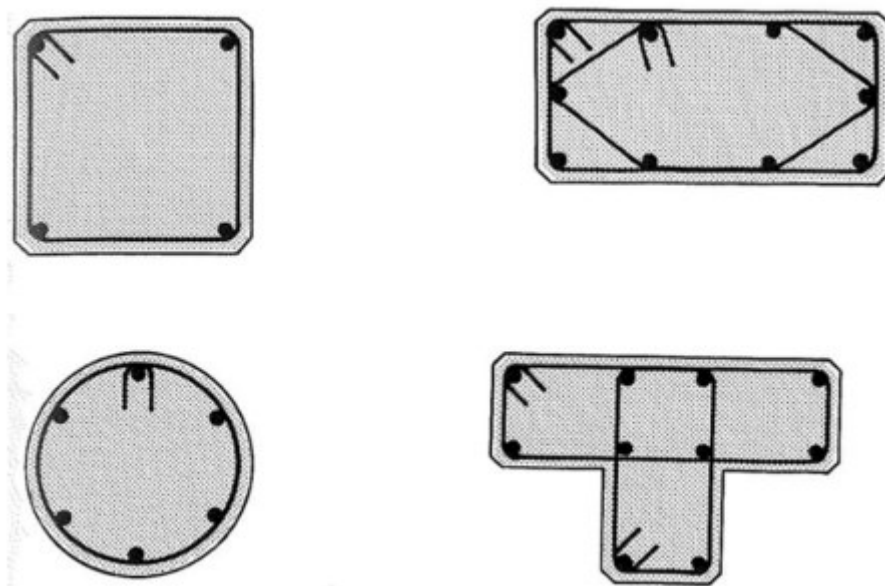
$\varnothing_{päätanko}$ huvudarmeringens diameter

\varnothing_{haka} byglarnas diameter

Bestämningen av ett nominellt värde på täcksiktet är viktigt, det används som dimensioneringsvärde i alla byggnadsritningar.

3 Dimensionering av pelare

Pelarens huvudsakliga uppgift i en byggnad är att bära vertikala laster, och föra dem ner till grunden. Pelare utsätts huvudsakligen av tryckkraft, men det antas också alltid förekomma ett litet böjmoment. Detta för att en pelare inte alltid installeras helt rakt, vilket leder till att normalkraften verkar med en viss excentricitet, och i sin tur bildar ett litet böjmoment. Pelare dimensioneras aldrig endast mot tryckkraft utan det förväntas alltid uppkomma både tryckkraft och böjmoment samtidigt. Om en pelares sida är 4 gånger så stort som den andra behandlas den som en vägg. Tvärsnittet av en pelare kan i stort sett se ut hursomhelst men den vanligaste pelaren är rektangulär eller rund se figur 1. Vid dimensionering av pelare måste tvärsnitt, upplagstyp, betongkvalité, armeringskvalité och armeringsdiameter antas före man börjar beräkna. Beräkningsgången blir mera som en kontroll. (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 97).



Figur 1. Typiska tvärsnitt på betongpelare. (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 97).

3.1 Olika metoder vid dimensionering

En betongpelare dimensioneras mot normalkraft, krafter som kommer horisontellt mot pelaren, exempelvis vindlast, och böjmoment som bildas på grund av normalkraftens excentricitet. I Eurokoden finns det tre olika metoder vid dimensionering av en pelare. Den generella metoden, nominella styvhetsmetoden och nominella krökningsmetoden. Där de två sistnämnda lämpar sig för handberäkningar medan den generella metoden är mera en

fullständig analys som baserar sig på ickelinjära beräkningar. Den nominella krökningsmetoden lämpar sig för granskning av enskilda bärverksdelar där knäckningslängden är känd och bärverksdelen har en konstant normalkraft. Metoden ger ett maximalt moment som baserar sig på utböjning, som i sin tur är baserat på knäckningslängden och maximal krökning. Konstruktörer i Finland kan fritt välja vilka metoder de väljer att använda. I detta arbete kommer jag endast att använda den nominella krökningsmetoden för enskilda bärverksdelar. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 68-71).

3.2 Slankhet

Slankheten hos en pelare mäts med hjälp av slankhetstalet λ , som är förhållandet mellan knäckningslängden (L_0) och tröghetsradien (i). Slankheten beskriver hur böjkänslig en pelare är. Ju större slankhetstalet är desto enklare bildas det tilläggsmoment. Slankhetstalet λ och tröghetsradien i kan räknas ur formlerna 4 och 5 enligt följande (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 122-123):

$$\lambda = \frac{L_0}{i} \quad (4)$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (5)$$

L_0 är knäckningslängden se kapitel 3.3

i är tröghetsradien

I är tvärsnittets tröghetsmoment

A är tvärsnittets area

Slankhetstalet (λ) varierar mellan 20 och 100 i byggnader. Om slankhetstalet är mycket litet behöver det ej tas i beaktande vid dimensioneringen. Enligt EC2 får andra ordningens effekter försummas om de är 10 % mindre än motsvarande första ordningens effekter. Förenklade kriterier ges också i EC2 när andra ordningens effekter får försummas. Om slankhetstalet (λ) är mindre än λ_{lim} behövs ej andra ordningens effekter beaktas. Nedan i formel 6 visas hur man tar fram λ_{lim} värdet. (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 122-123).

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

För faktorerna A, B och C ger EC2 standardvärden om dessa används är man på säkra sidan gällande dimensioneringen. Till dessa värden ger också EC2 beräkningsformler för en mera optimerad beräkning. Formlerna är enligt följande:

$$A = 1 / \left(1 + 0,2 \varphi_{ef} \right) \quad \text{om } \varphi_{ef} \text{ inte är känt, så får } A = 0,7 \text{ användas}$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} \quad \text{om } \omega \text{ inte är känt, så får } B = 1,1 \text{ användas}$$

$$C = 1,7 - r_m \quad \text{om } r_m \text{ inte är känt, så får } C = 0,7 \text{ användas}$$

$$\varphi_{ef} \quad \text{effektivt kryptal se kap. 3.5}$$

$$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd}) \quad \text{mekaniskt armeringsinnehåll}$$

$$A_s = \quad \text{längsgående armering totala area (huvudarmering)}$$

$$n = N_{ed} / (A_c F_{cd}) \quad \text{relativ normalkraft}$$

$$r_m = M_{01} / M_{02} \quad \text{momentkvot}$$

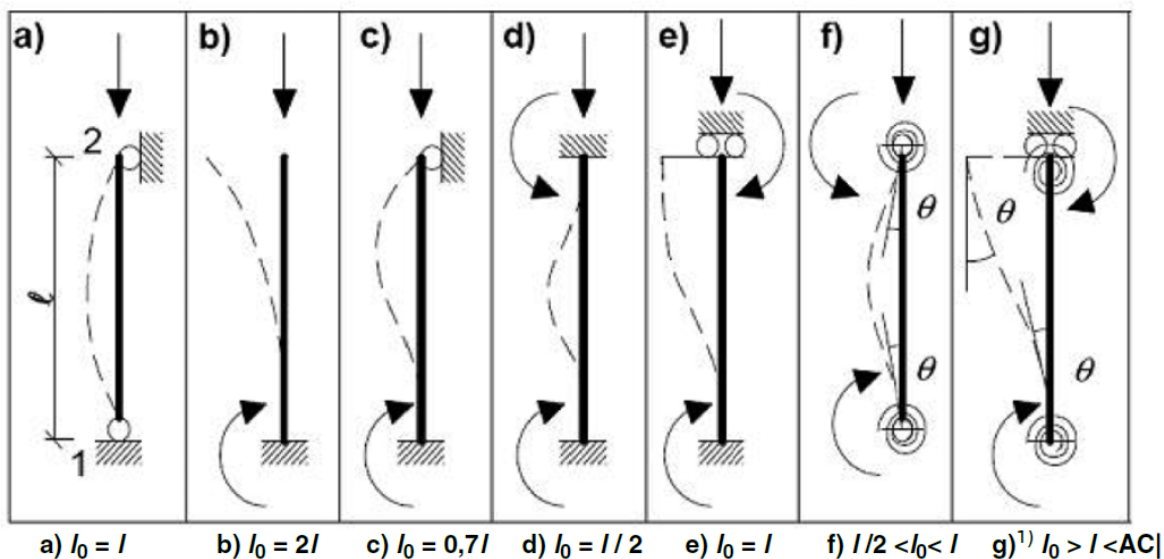
M_{01} och M_{02} är båda första ordningens ändmoment. Om momenten ger dragpåkänningar på konstruktionens samma sida bör r_m väljas som positiv. Dvs. $C \leq 1,7$ i andra fall ska den vara negativ alltså $C > 1,7$. Dessutom bör r_m sättas till 1,0 för avstyvade bärverksdelar med endast första ordningens moment eller huvudsakligen imperfektioner eller sidolaster. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 64-65).

3.3 Knäckningslängd

Med knäckningslängd L_0 avses den egentliga längden på den tryckta pelaren. Knäckningslängd L_0 är nödvändig information för att kunna dimensionera en pelare. Det som inverkar på knäckningslängden är olika konstruktioner runt om som kan ha positiv inverkan, pelarens egna böjstyvhet samt hur pelaren är upplagd. (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 118-121).

I figur 2 ges knäckningslängder för enskilda bärverksdelar med konstant tvärsnitt. Fall a: ledad i bägge ändor, fall b: fast inspänd nertills och fri upptills, s.k. mastpelare, fall c: fast

inspänd nertill och ledad upp till och fall d: fast inspänd i bägge ändor. I en stabiliseringskontroll av fall b så är L_0 två gånger den riktiga längden.



Figur 2. Typiska fall på knäckningsfall och motsvarande knäckningslängder för enskilda bärverksdelar. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 65).

För tryckta bärverksdelar i ramar räknas knäckningslängden (L_0) med formel 7. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 65-66).

En förstyvad pelares knäckningslängd L_0 fall f) i figur 2:

$$L_0 = 0,5L \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45+k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45+k_2}\right)} \quad (7)$$

Oförstyvade pelare fall g) i figur 2 räknas med formlerna 8, 9 och 10 enligt följande (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 133):

$$L_0 = L \cdot \max \left\{ \begin{array}{l} a \\ b \end{array} \right. \quad (8)$$

$$a = \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}} \quad (9)$$

$$b = \left(1 + \frac{k_1}{1+k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1+k_2}\right) \quad (10)$$

K_1, K_2	är den relativa inspänningsgraden i ände 1 och 2
k	$(\theta/M) \cdot (EI/I)$
θ	är vinkeländringen för mothållande delar av böjmoment M
EI	den tryckta pelarens böjstyvhets
I	den fria höjden mellan de inspända ändarna

3.4 Måttavvikelser

När det kommer till måttavvikelser vad gäller pelarens geometri och lasternas läge kan det tas i beaktande med hjälp av lutning θ_i och excentricitet e_i . I formel 11 visas det hur man tar fram θ_i . (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 54). Följande gäller för bärverksdelar som är utsatta för axiellt tryck och vertikala laster och de behöver inte tas i beaktande i en brukgränstillståndsanalys.

Felaktigheter får representeras av lutning θ_i :

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (11)$$

θ_0 är grundvärde, rekommenderat värde är 1/200

α_h är reduktionsfaktor för längd eller höjd:

$$\alpha_h = 2/\sqrt{l}; 2/3 \leq \alpha_h \leq 1$$

α_m är reduktionsfaktor för antalet delar:

$$\alpha_m = \sqrt{0,5(1 + 1/m)}$$

l är längd eller höjd (m)

m antalet vertikala delar som bidrar till den totala inverkan

Definitionen på uttrycken l och m beror på vilken inverkan som beaktas. Tre huvudfall kan urskiljas.

- Inverkan på enskild bärverksdel $l =$ delens verkliga längd, $m = 1$.

- Inverkan på stabiliserande system $l =$ byggnadens höjd, $m =$ antalet vertikala delar som bidrar till horisontalkraften på det stabiliserande systemet.
- Inverkan på vånings- eller takbjälklag som fördelar horisontalkrafterna: $l =$ våningshöjden, $m =$ antalet vertikala delar i de våningsplan som bidrar till den totala horisontalkraften på bjälklaget. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 55).

När det kommer till enskilda bärverksdelar får felaktigheter beaktas på två olika sätt, som en excentricitet e_i eller som en sidokraft H_i . Excentricitet lämpar sig för statistiskt bestämda pelare, medan sidokraften lämpar sig för både statistiskt bestämda och obestämda. Excentriciteten e_i kan räknas med hjälp av formel 12. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 55):

$$e_i = \theta_0 \cdot l_h / 2 \quad (12)$$

Var l_0 är den effektiva längden.

För väggar och enstaka pelare i avstyvade system får $e_i = l_0 / 400$ alltid användas som en förenkling. Motsvarar $\alpha_h = 1$.

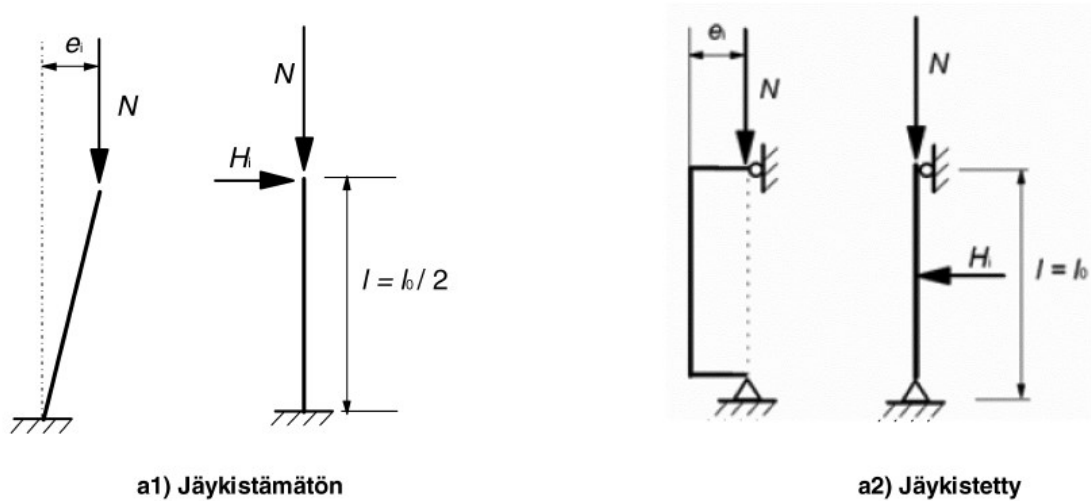
Som en sidokraft H_i där det orsakar som störst moment. För en mastpelare (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 55):

$$H_i = \theta_i \cdot N \quad (\text{Se figur 3 fall a1}) \quad (13)$$

Före pelare med stöd i båda ändar (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 55):

$$H_i = 2 \cdot \theta_i \cdot N \quad (\text{Se figur 3 fall a2}) \quad (14)$$

I båda formler är N normalkraften.



Figur 3. Måttavvikelsearnas inverkan på enskilda bärverksdelar, som påverkas av en excentrisk normalkraft eller sidokraft. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 56).

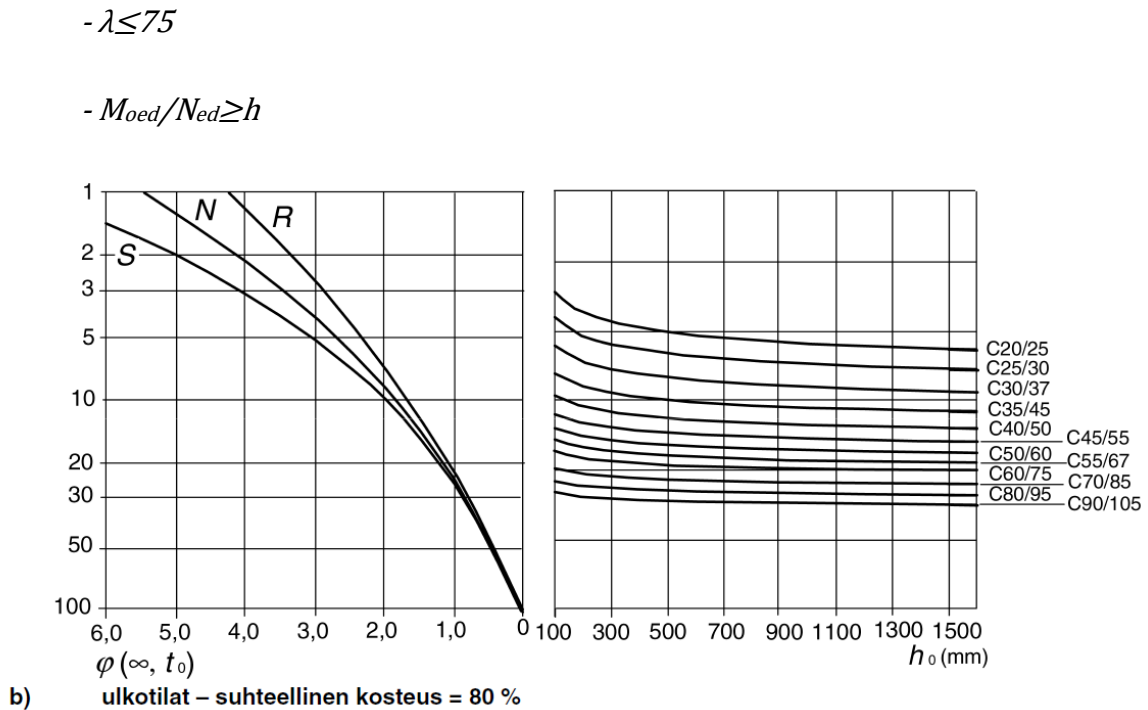
För tryckta bärverksdelar med symmetrisk geometri och armering har EC2 gett en minsta excentricitet $e_0 = h/30$ eller dock minsta 20 mm, där h är pelarens höjd i kontrollriktningen. Med minsta excentricitet e_0 kan man räkna minimimoment M_{min} . (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 82).

3.5 Krypning

Pelare som har ständigt höga laster deformeras med tiden, detta kallas för krypning. Krypning påverkas av olika faktorer såsom fuktigheten i omgivningen, pelarens geometri, betongens sammansättning, betongens mognad vid påfrestning och lasternas varaktighet och storlek. Om stor noggrannhet inte krävs får kryptalet läsas från figur 4. Då med undantaget att tryckpåkänningen i betongen inte överstiger $0,45 \cdot f_{ck} \cdot (t_0)$ där t_0 är betongens ålder vid påfrestning. Krypningen tas i beaktande i andra ordningens analys. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 31).

Krypning behöver inte alltid tas i beaktande. Om alla tre nedanstående krav uppfylls kan man anta att $\varphi_{ef} = 0$. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 68).

$$- \varphi(\infty, t_0) \leq 2$$



Figur 4. Bestämning av kryptalet $\varphi(\infty, t_0)$ under normala förhållanden på temperaturer mellan -40 och $+40$ grader. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 32).

För att kunna läsa nomogrammet så måste konstruktören veta cementtypen som används i tillverkningskedet, men i planeringskedet kan man anta den till N = normalhårdande cement. Nomogrammets olika beteckningar:

$\varphi(\infty, t_0)$	är slutligt värde på kryptalet
t_0	betongens ålder i dagar vid påfrestning
$h_0 = 2A_c/u$	tvärsnittets fiktiva tjocklek
A_c	tvärsnittets area
u	är omkretsen för den del som riskeras att uttorkas

Krypning tas i beaktande i en andra ordningens analys med faktorn φ_{ef} och kan räknas med hjälp av formel 15 (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 67):

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot M_{0Eqp}/M_{0Ed} \quad (15)$$

M_{0Eqp} är första ordningens böjmoment i permanent lastkombination

M_{0Ed}

är första ordningens dimensionerande böjmoment

3.6 Nominella krökningsmetoden

Den nominella krökningsmetoden är lämplig för enskilda bärverksdelar med konstant normalkraft och en given knäckningslängd. Metoden ger ett nominellt andra ordningens moment, som är baserad på knäckningslängd och uppskattad krökning. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 71).

Krökningen $1/r$ och korrektionsfaktorn K_r räknas med formlerna 16 och 17 (pelaren ska ha symmetriskt tvärsnitt och dessutom ska armeringen vara symmetrisk) (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 72):

$$1/r = K_r \cdot K_\varphi \cdot 1/r_0 \quad (16)$$

K_r är en korrektionsfaktor som beror på normalkraften

K_φ är faktor för att beakta krypning

$$1/r_0 = \varepsilon_{yd} / (0,45 \cdot d)$$

$$\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$$

E_s är armeringstålets sträckgräns

d är effektiva höjd

f_{yd} dimensioneringsvärde för armeringens sträckgräns

Korrektionsfaktor för K_r ser ut enligt följande:

$$K_r = (n_u - n) / (n_u - n_{bal}) \leq 1,0 \quad (17)$$

n är relativ normalkraft (formel 26)

$$n_u = 1 + \omega$$

$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$ är mekaniskt armeringsinnehåll

n_{bal} värdet 0,4 får användas

Krypningen i betongen gör så att krökningen ökar, därför har man beaktat krypningen med en korrektionsfaktor K_φ och den ser ut enligt följande (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 73):

$$K_\varphi = 1 + \beta\varphi_{ef} \geq 1,0 \quad (18)$$

φ_{ef} effektivt kryptal se kapitel 3.5 om krypning

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda C}{150}$$

λ är slankhetstal, se kapitel 3.2 om slankhet

3.6.1 Dimensionerande moment

Det dimensionerande momentet är det kritiska momentet i en pelare. I nominella krökningsmetoden består de dimensionerande momenten av en rad olika moment, störst av dem är det dimensionerande momentet. Det dimensionerande momentet M_{ed} och minimimoment M_{min} räknas med formlerna 19 och 20 (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 130-131):

$$M_{ed} = \max(M_{0e} + M_2; M_{02}; M_{min}) \quad (19)$$

M_{0e} är första ordningens moment med inverkan av imperfektioner

M_2 är nominellt andra ordningens moment

M_{02} första ordningens större momentkvot

M_{min} minimimoment

$$M_{min} = e_0 \cdot N_{ed} \quad (20)$$

e_0 minsta excentricitet, kolla kapitel 3.4 måttavvikelser

N_{ed} dimensionerande normalkraft

Andra ordningens nominella moment M_2 räknas ur formel 21 (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 128):

$$M_2 = N_{ed} \cdot e_2 \quad (21)$$

e_2 är utböjningen i andra ordningens analys

Med hjälp av krökningen $1/r$ går det att räkna e_2 med formel 22 (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 128):

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{(l_0)^2}{c} \quad (22)$$

$1/r$ är krökning se kapitel 3.6

c är en faktor som beror på krökningsfördelningen

Vanligtvis är $c = 10$ och bör användas, men om första ordningens moment är konstant kan man använda ett lägre c värde, dock inte under 8. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 71-73).

Med ovanstående formler kan man räkna en andra ordningens analys för en pelare. Rekommendationen är dock att använda ett datahanteringsprogram som räknar varefter man matat in indatan. Handberäkning är aningen arbetsdrygt när man är tvungen att räkna om vissa räkningsoperationer från början, exempelvis korrektionsfaktorerna K_r och K_φ .

3.7 Biaxiell böjning

Biaxiell böjning betyder att tvärsnittet är utsatt för böjning i de två huvudaxlarna. För en noggrannare analys krävs datorprogram men EC2 har förenklade krav var det kan kontrolleras. Separat dimensionering kring varje huvudaxel görs som första steg sedan kan biaxiell böjning kontrolleras. Imperfektioner behöver bara tas i beaktande i den riktning den är mest ogynnsam. Reglerna kan användas för båda de förenklade metoderna dessutom för den generella metoden. Om villkoren i formel 23 uppfylls och om ena villkoret i formel 24 uppfylls, behövs ytterligare kontroll utföras vad gäller biaxiell böjning. I figur 5 finns de olika excentriciteterna illustrerade. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 73).

$$\frac{\lambda_y}{\lambda_z} \leq 2 \text{ och } \frac{\lambda_z}{\lambda_y} \leq 2 \quad (23)$$

Och om de relativa excentriciteterna e_y/h_{eq} och e_z/b_{eq} uppfyller någondera villkor nedan:

$$\frac{e_y/h_{eq}}{e_z/b_{eq}} \leq 2 \text{ eller } \frac{e_z/b_{eq}}{e_y/h_{eq}} \leq 2 \quad (24)$$

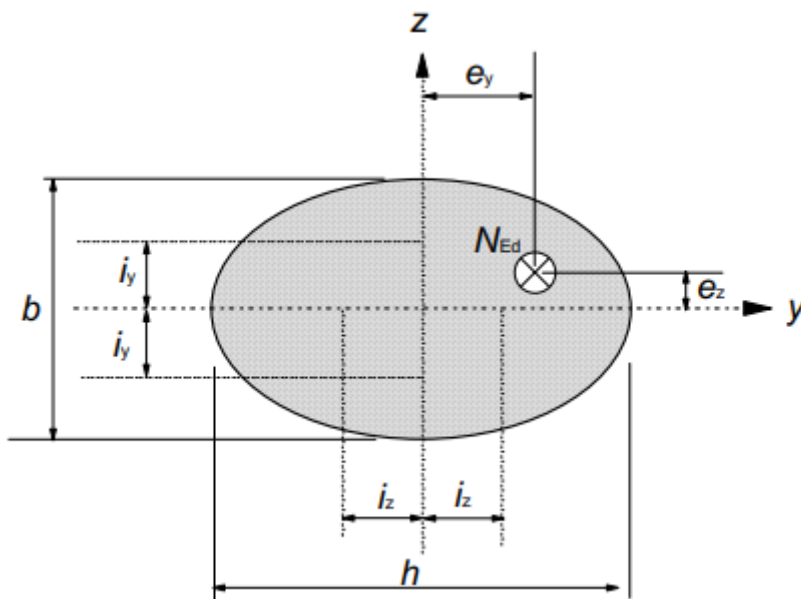
b, h tvärsnittets bred och höjd

$b_{eq} = i_y \cdot \sqrt{12}$ för rektangulära tvärsnitt

$h_{eq} = i_z \cdot \sqrt{12}$ för rektangulära tvärsnitt

$e_z = M_{Edy}/N_{Ed}$

$e_y = M_{Edz}/N_{Ed}$



Figur 5. Definition av excentriciteterna. (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 74).

Om icke villkoren för biaxiell böjning är uppfyllda inklusive andra ordningens effekter har EC2 ett förenklat kriterium och kan kontrolleras med formel 25 (EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 74):

$$\left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a \leq 1,0 \quad (25)$$

M_{Ed} är dimensionerande moment kring z och y axel

M_{Rd} är kapaciteten för momenten i z och y axel

a är en exponent för cirkulära tvärsnitt $a = 2$

Om det är frågan om ett rektangulärt tvärsnitt, får följande värden användas för exponenten a enligt tabell 5 nedan.

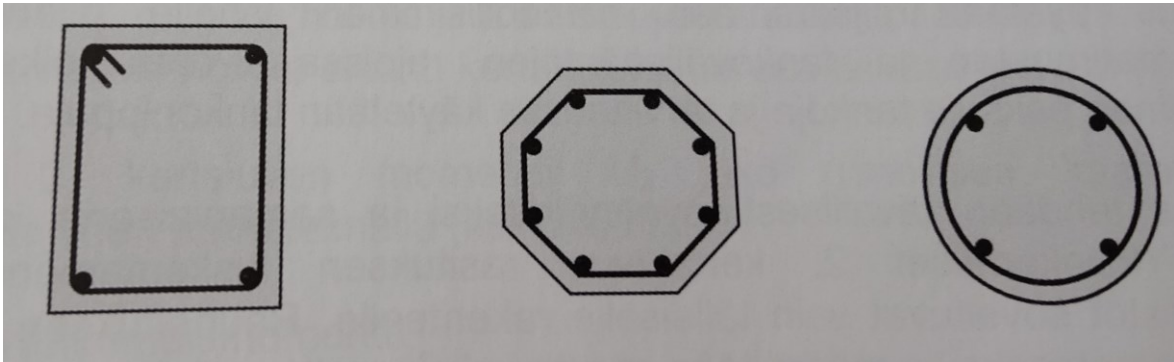
Tabell 5. Värdet på exponenten a för rektangulära tvärsnitt

N_{Ed}/N_{Rd}	0,1	0,7	1,0
$a =$	1,0	1,5	2,0

(EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, s. 74).

4 Armering

Armeringen i en pelare kan delas upp i två olika sorter, huvudarmering och byglar. Huvudarmeringen har som uppgift att ta upp lasterna och byglarna ska se till att huvudarmeringen inte knäcks. Huvudarmeringen görs vanligtvis symmetrisk och placeras så nära ytan som möjligt, dock så att minsta kravet på täckskikt c_{nom} uppfylls. I figur 6 visas rekommenderade stänger för de olika tvärsnitten. En stång i varje hörn är minimikravet och i runda pelare minst fyra stänger. (EC2 9.5.2) När det kommer till anslutningar så görs dom vanligtvis med pelarsko och bultar. Beräkningarna som görs i detta examensarbete är alla förenklade beräkningar och passar endast till symmetriskt armerade pelare. (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 135-138).



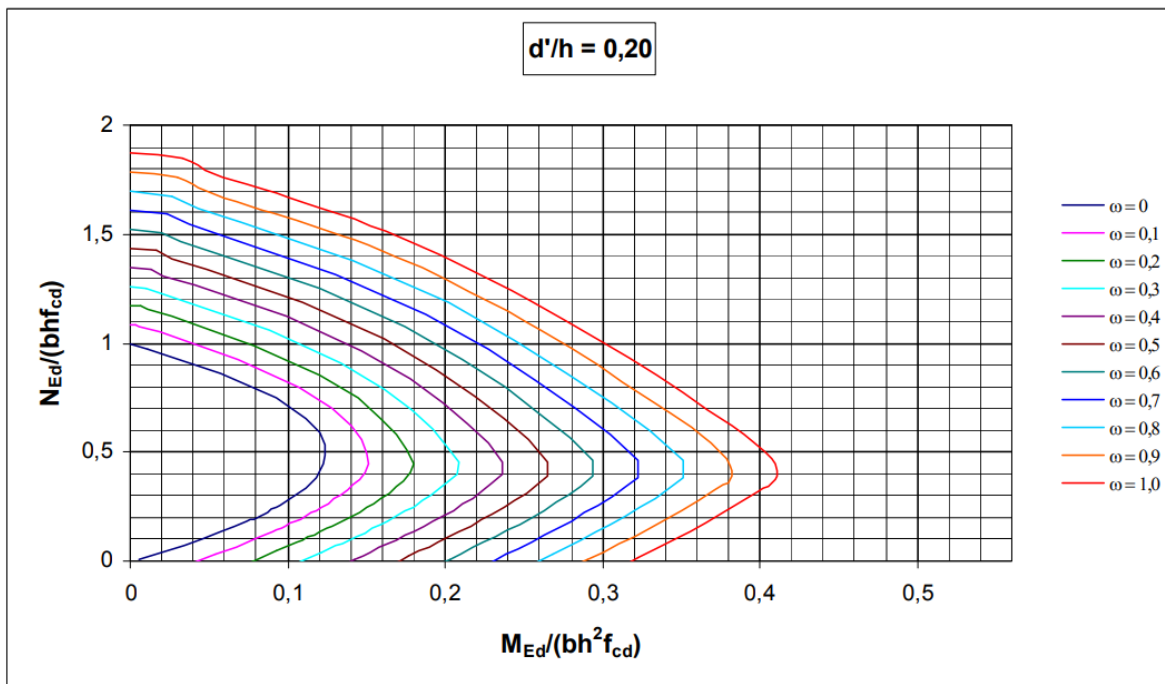
Figur 6. Minimi antalet stänger i olika tvärsnitt. (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 136).

När de dimensionerande krafterna är kända kan relativa normalkraften η och relativa böjmomentet μ räknas enligt formlerna 26 och 27 (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 106):

$$\eta = \frac{N_{ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (26)$$

$$\mu = \frac{M_{ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (27)$$

När antingen den relativa normalkraften eller det relativa böjmomentet är räknat kan mekaniska armeringsinnehållet (ω) läsas ur olika nomogram. I figur 7 kan mekaniska armeringsinnehållet läsas ur för tvärsnitt $d'/h = 20$ där d' är avståndet från kanten till huvudarmeringens mittpunkt.



Figur 7. Nomogram för att avläsa mekaniska armeringsinnehållet. För $d'/h = 20$. (Betoniteolisuus, 2009, s. 16).

När det mekaniska armeringsinnehållet ω är känt går det att räkna ut den totala armeringsmängden A_s som behövs enligt formel 28 (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 107):

$$A_s = \omega b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (28)$$

f_{cd} dimensioneringsvärde för betongens tryckhållfasthet

f_{yd} dimensioneringsvärde för armeringens sträckgräns

EC2 ställer krav på huvudarmeringen som ska uppfyllas. Samma regler gäller också för konstruktioner som är böjda alltså balkar med mera. Huvudarmeringen bör inte vara mindre än 8 mm. Minimi- och maximiarmeringsmängd räknas enligt formlerna 29, 30 och 31 (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 135):

Minimiarmeringskravet för huvudarmering:

$$A_{s,min} = \max \begin{cases} 0,10 \cdot N_{ed} / F_{yd} \\ 0,002 \cdot A_c \end{cases} \quad (29)$$

Maximiarmeringsmängden bestäms av nationella bilagan, EC2 har lägre värden.

$$A_{s,max} = 0,06 \cdot A_c \quad (30)$$

$$A_{s,max} = 0,12 \cdot A_c \quad \text{Vid överlappning} \quad (31)$$

Byglarnas uppgift är då att binda huvudarmeringen att den inte knäcks utåt i sidled. Det ställs en hel del krav på byglarnas storlek och placering i tvärsnittet. Minsta storlek på bygeln $\emptyset_{t,min}$ kan bestämmas av formel 32 (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 136 – 137):

$$\emptyset_{t,min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 6 \text{ mm} \\ 0,25 \cdot \emptyset_L \end{array} \right. \quad (32)$$

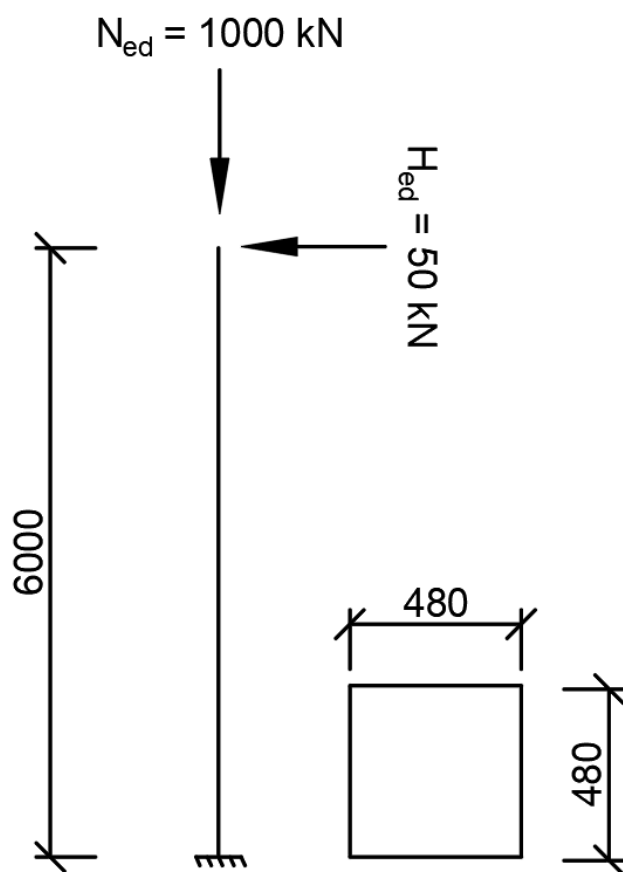
\emptyset_L är huvudarmeringens diameter

Tilläggsbyglar måste tillsättas om det är mer än 150 mm mellan huvudarmeringen. Dessutom i pelarens ändor armeras det mot sprickbildning i denna del är centrumavståndet mellan byglarna $0,6 \cdot S_{CL,tmax}$. Sprickbildningen kan bero på punklaster eller de olika konstruktionernas anslutningar till varandra. $S_{CL,tmax}$ räknas enligt formel 33 (Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211, 2014, s. 136 – 137):

$$S_{CL,tmax} = \min \left\{ \begin{array}{l} 15 \cdot \emptyset_L \\ 400 \text{ mm} \\ \text{pelarens kortare sida} \end{array} \right. \quad (33)$$

5 Beräkningsexempel

Som beräkningsexempel i detta examensarbete dimensioneras en mastpelare. Vilket betyder att pelaren är fast inspänd i nedre änden och fri att röra sig i övre änden. I övre änden är pelaren stadgad i ena ledet, vilket resulterar i att den endast kontrolleras i ena ledet. Pelaren fungerar i ett bostadshus i nedre våningen och antas bära upp tryckkraften N_{ed} som kommer från de övre våningarna. Dessutom verkar en horisontallast på 50 kN i pelarens övre ände, vilket resulterar i ett moment i nedre änden på 300 kNm . En överblick över situationen kan ses från figur 8. Eftersom pelaren befinner sig inomhus i torra miljöer så används exponeringsklass X1 och planeras för 50 år. För att handberäkningarna ska vara möjliga måste betongkvaliteten bestämmas i förhand för att läsa ut kryptalet. Som knäckningslängd 10 användes i alla situationer 2,0. Knäckningslängden kommer direkt ur Eurokoden och kan läsas ur figur 2 Typiska fall på knäckningsfall. När det gäller en pelare som är böjd åt ett håll så är dimensionerande momentet den avgörande faktorn.



Figur 8. Presentation av dimensioneringsfallet. (Lemström, 2023).

Dimensioneringsfallet kommer att räknas i två olika program vid namnen Autodesk Robot och Strusoft Concrete Column och som handberäkningar kommer ett SKOL botten att användas som jämförelse. Jag har försökt samla så mycket data som möjligt men tyvärr verkar Concrete Column bara ge det dimensionerade momentet och inte mycket annat.

Tabell 6. Data från de olika programmen

Böjd åt ett håll				
Krökningsmetoden z-led				
	Enhet	SKOL	Robot	CC
λ_{lim}	-		26,86	-
λ	-	86,60	86,60	-
L_0	mm	12000	12000	-
$\phi(t,t_0)$		2,11	2,2	2,2
α_h	-	0,82	0,82	-
α_m	-	1	1	-
c		10	10	-
e_i	mm	24,5	24,5	-
K_r	-	1	1	-
$1/r_o$	-	0,0001	0,01	-
e_2	mm	165,8	165,8	-
$M_{rd,y}$	kNm	564,8	505,0	559,2
$M_{ed,y}$	kNm	490,3	490,3	527,6
Användningsgrad		87 %	97 %	94 %

(Lemström, 2023).

Från tabell 6 kan all data jag har samlat läsas ur. I alla tre beräkningsprocesser blev dimensionerande momentet M_{ed} så gott som lika. Mellan handberäkningarna och Concrete Column kan vi se en skillnad på 6 %, medan handberäkningar och Robot var det dimensionerande momentet precis samma. I Concrete Column var man tvungen att mata in det effektiva kryptalet manuellt men i Robot var det automatiskt. Jag satte kryptalet till det samma för att få ett mera jämförbart resultat. I handberäkningarna har vi ett lägre effektivt kryptal. Faktorn c har en stor inverkan på det dimensionerande momentet. Jag har använt mig av 10 i både handberäkningar och Robot men Eurokoden säger att ifall första ordningens moment är konstant så får ett lägre värde användas. Prövade med $c = 8$ i handberäkningar och då fick jag ett M_{ed} på 541,1 *kNm* vilket är närmare det dimensionerande momentet Concrete Column ger. Det finns en möjlighet att Concrete Column använder sig av det lägre

c talet men det är svårt att säga när den inte redogör för sina beräkningar. En annan möjlighet är att Concrete Column beaktar utböjningen e_2 på ett annat sätt, och därefter det högre momentet.

Om vi tittar på kapaciteten M_{rd} på de olika fallen är de ganska lika. Kapaciteten bestäms direkt utav hur mycket armering vi har i pelaren. I tabell 7 nedan har jag sammanställt hurdan armering programmen använt sig av. Både Concrete Column och Robot har använt sig av olika diametrar men den totala armeringsmängden är så gott som densamma. Det har ingen skillnad på vilken storlek man använder bara man uppnår kravet. Antagligen skulle man använt större stänger som resulterar i mindre arbete.

Vid handberäkningarna däremot är armeringsmängden 12 % mera än i programmen, vilket är intressant. I det här fallet har programmen optimerat beräkningarna bättre.

Tabell 7. Armeringsmängder från respektive program

Böjd åt ett håll				
Krökningsmetoden z-led				
Armeringsstänger				
	Enhet	Robot	CC	SKOL
$\varnothing_{\text{main}}$	mm	16	20	25
Antal	st	22	14	10
$A_{s,\text{tot}}$	mm ²	4423	4398	4909
$A_{s,\text{vaad}}$	mm ²	-	-	4906

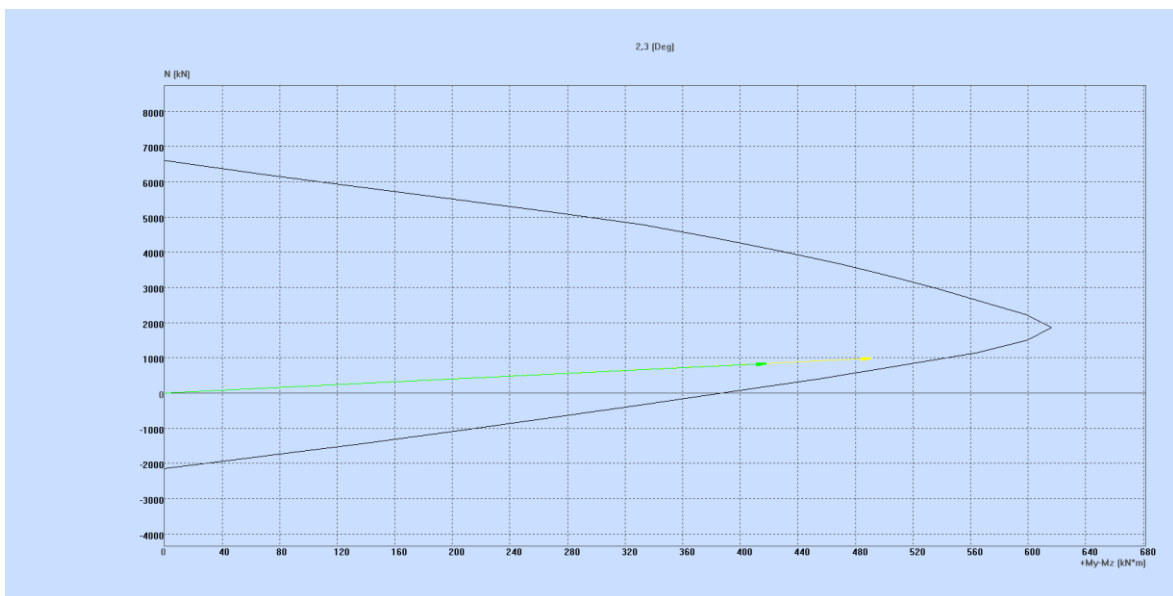
(Lemström, 2023).

Jag blev intresserad att sätta in samma armering i alla tre fall och se ifall programmens totala armeringsmängd närmar sig handberäkningarnas. I tabell 8 nedan kan vi se resultaten. Robot räknar armeringen till samma som handberäkningarna då, vilket jag också förväntade mig. I detta fall har vi överarmerat när det skulle ha räckt med den lägre mängden. När det kommer till Concrete Column hittade jag inget sätt att byta armeringen från \varnothing 20 mm till \varnothing 25 mm.

Tabell 8. Armeringsmängder från respektive program med samma armerings storlek

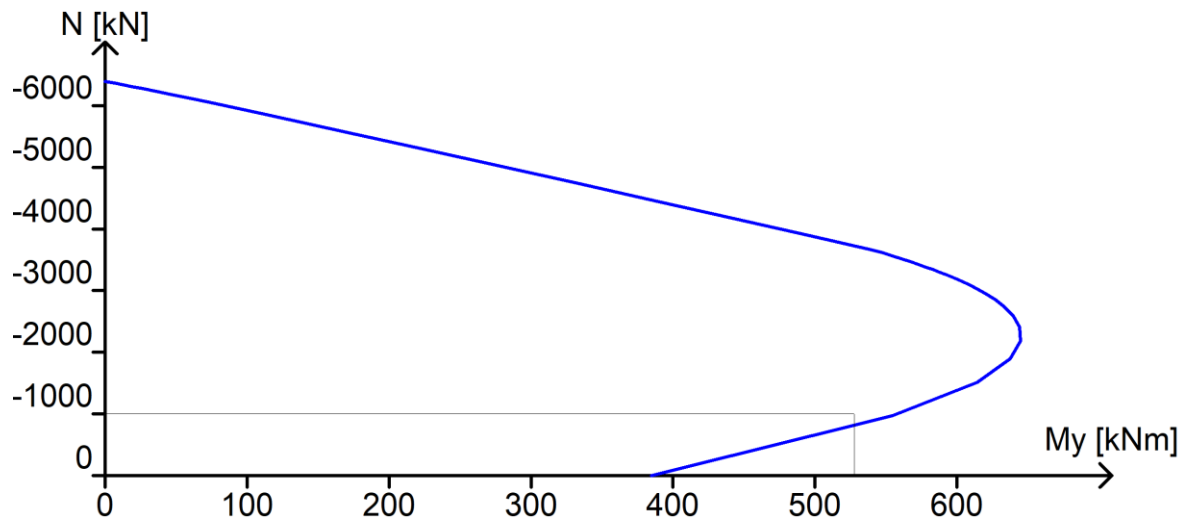
Böjd åt ett håll				
Krökningsmetoden z-led				
Armeringsstänger				
	Enhet	Robot	CC	SKOL
$\varnothing_{\text{main}}$	mm	25	20	25
Antal	st	10	14	10
$A_{s,\text{tot}}$	mm ²	4909	4398	4909
$A_{s,\text{vaad}}$	mm ²	-	-	4906

(Lemström, 2023).



Figur 9 Skärmdump av Robot. (Lemström, 2023).

Figur 9 föreställer pelaren och vilka laster den är utsatt för. På diagrammets horisontala axel befinner sig böjmomentet M_y och på vertikala axeln befinner sig normalkraften N . Den gröna pilen är normalkraften och den gula pilen är böjmomentet. Den markerade delen berättar om pelarens hållbarhet mot olika kombinationer av normalkraft och böjmoment. En liknande graf kan läsas ur Concrete Column i figur 10.



Figur 10 Skärmdump av Concrete Column. (Lemström, 2023).

6 Resultat

När handberäkningar jämfördes med Robot var resultaten nästan identiska, medan det i Concrete Column fanns skillnader, exempelvis var det dimensionerande momentet aningen högre. Detta kan bero på att Concrete Column beaktar momentet i nedre änden som samma genom hela tvärsnittet, men i verkligheten ser det annorlunda ut. Det är synd att Concrete Column inte gav oss mera information som kunde ha analyserats.

Båda programmen armerade pelaren på rätt sätt. I handberäkningarna hade jag räknat med en diameter på $\text{Ø}25$ mm medan Robot räknade med endast $\text{Ø}16$ mm. På grund av den mindre storleken på huvudarmeringen fick Robot till en bättre optimerad pelare när det kommer till armeringsmängden. Byglarna valde programmen till $\text{Ø}6$ mm respektive $\text{Ø}8$ mm med en delning på 300 mm. Skillnaden på byglarnas storlek har att göra med att huvudarmeringens storlek var olika, och storleken på byglarna bestäms utifrån huvudarmeringen. Minsta storleken på bygeln är 6 mm eller 25 % av huvudarmeringen. I detta fall med $\text{Ø}20$ mm skulle en $\text{Ø}6$ mm bygel räckt enligt normen. Concrete Column använder aningen mera järn än vad som behövs.

Robot hade en användningsgrad på 97 % medan Concrete Column hade 94 %. Det jag lärt mig eller fått höra är att lämna i alla fall 20 % mera kapacitet i pelaren än vad som behövs, alltså en användningsgrad på 80 %. Då finns det rum för misstag utan att konstruktionen ger efter. I detta examensarbete har det gjorts en analys på en enskild pelare. Lasterna är påhittade för analysens skull.

7 Reflektion

Arbetet var väldigt lärorikt, jag har alltid haft svårt att läsa EC men vartefter jag utforskat delarna närmare blev det bekant. Det största problemet var att få de olika programmen att räkna samma upplagstyp och laster. I Concrete Column var det relativt lätt, eftersom programmets enda uppgift är att dimensionera en betongpelare så det gör att alternativen är mycket färre än i Robot. I Robot var det mera komplikationer, det är inte meningen att man ska modellera en pelare i den, utan en hel byggnad. Så redan att få mina påhittade laster som dimensionerande laster i modellen var en utmaning. Med facit i hand borde jag kanske valt ett mera användarvänligt och nybörjarvänligt program vid sidan om Concrete Column. Är det då effektivare med program än handberäkningar? Om man är tvungen att göra en andra ordningens analys så som med en pelare så underlättar programmen absolut. Vid lite mer avancerade byggmodeller har beräkningsprogrammen en klar fördel. Man är tvungen att investera mer tid i början för att förstå dem, men det är värt det i slutändan. Sedan ska vi inte glömma att det är konstruktören som bär ansvaret i slutändan och inte programmet, det fungerar endast som hjälpmedel.

8 Källförteckning

Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 1 BY 211. (2013). Helsingfors: Suomen Betoniyhdistys ry.

Betonirakenteiden suunnitelun oppikirja-osa 2 BY 211. (2014). Helsingfors: Suomen Betoniyhdistys ry.

Betoniteollisuus. (2009). *Betonirakenteiden suunnittelu eurokoodien mukaan osa 5. pilarit*. Hämtat från https://www.eurocodes.fi/wp-content/uploads/1992/sahkoinen1992/Leaflet_5_Pilarit.pdf den 04 03 2023

Dlubal Software EN. (den 3 4 2019). *Reinforced Concrete Design per EC 2 in RFEM [Video]*. Hämtat från Youtube: https://www.youtube.com/watch?v=p6bKVIphyE4&ab_channel=DlubalSoftwareEN

EN1992-1-1: Eurocode 2: Betonirakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. (u.d.). Suomen standardisoimisliitto. Hämtat den 3 5 2022

Miljöministeriet. (2019). *Rakenteiden lujuus ja vakaus, Betonirakenteet*. Hämtat från <https://ym.fi/rakentamismaaraykset> den 8 11 2022

RIL 201-1-2017 Suunnitteluperusteet ja rakenteiden kuormat. (2017). Helsinki: Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry.

Simscale. (den 2 9 2021). *What Is FEA / Finite Element Analysis?* Hämtat från <https://www.simscale.com/docs/simwiki/fea-finite-element-analysis/what-is-fea-finite-element-analysis/> den 4 5 2022

The Efficient Engineer. (den 27 4 2021). *Understanding the Finite Element Method [Video]*. Hämtat från Youtube: https://www.youtube.com/watch?v=GHjopp47vvQ&ab_channel=TheEfficientEngineer

Bilaga 1 - Beräkningar ur Robot, pelare böjd i en riktning

Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2021

Author:
Address:File: **Pelare böjd i en riktning.rtd**
Project: Examensarbete

1 Level:

- Name : Standard Level
- Reference level : ---
- Concrete creep coefficient : $\phi_p = 2,20$
- Cement class : N
- Environment class : X0
- Structure class : S1

2 Column: Column1 identical elements: 1

Number of

2.1 Material properties:

- Concrete : C35/45 $f_{ck} = 35,00$ (MPa)
- Unit weight : 0,00 (kG/mm³)
- Aggregate size : 20,0 (mm)
- Longitudinal reinforcement: A500HW $f_{yk} = 500,00$ (MPa)
- Ductility class : C
- Transversal reinforcement: A500HW $f_{yk} = 500,00$ (MPa)

2.2 Geometry:

- 2.2.1 Rectangular 480,0 x 480,0 (mm)
- 2.2.2 Height: L = 6000,00 (mm)
- 2.2.3 Slab thickness = 0,00 (mm)
- 2.2.4 Beam height = 0,00 (mm)
- 2.2.5 Cover = 40,0 (mm)

2.3 Calculation options:

- Calculations according to : SFS EN 1992-1-1:2004/A1:2014
- Seismic dispositions : No requirements
- Precast column : yes
- Pre-design : no
- Slenderness taken into account : yes
- Compression : with bending
- Ties : to slab
- Fire resistance class : No requirements

2.4 Loads:

Case	Nature	Group	γ_f	N (kN)	My(s) (kN*m)	My(i) (kN*m)	Mz(s) (kN*m)	Mz(i) (kN*m)
DL1	dead load(Structural)	1	1,00	1000,00	0,00	300,00	0,00	0,00

 γ_f - load factor

2.5 Calculation results:

Safety factors $Rd/Ed = 1,04 > 1.0$

2.5.1 ULS/ALS Analysis

Design combination: 1.00DL1 (B)

Combination type: ULS

Internal forces:

Nsd = 1000,00 (kN) Msd_y = 300,00 (kN*m) Msd_z = 0,00 (kN*m)

Design forces:

Lower node

N = 1000,00 (kN) N*etotz = 491,18 (kN*m) N*etoty = 20,00 (kN*m)

Eccentricity:

	e0:	ez (My/N)	ey (Mz/N)
Initial		300,0 (mm)	0,0 (mm)
Imperfection	ei:	24,5 (mm)	0,0 (mm)
I order (e0 + ei)	e0Ed:	324,5 (mm)	0,0 (mm)
II order	e2:	166,7 (mm)	0,0 (mm)
Minimal	eEdmin:	20,0 (mm)	20,0 (mm)
Total	eEd:	491,2 (mm)	20,0 (mm)

2.5.1.1. Detailed analysis-Direction Y:

2.5.1.1.1 Slenderness analysis

Sway structure

L (mm)	Lo (mm)	λ	λ_{lim}	
6000,00	12000,00	86,60	28,19	Slender column

2.5.1.1.2 Buckling analysis

MA = 0,00 (kN*m) MB = 300,00 (kN*m)

Case: Cross-section at the column end (Lower node), Slenderness taken into account

M0 = 300,00 (kN*m)

ea = $\theta_1 \cdot lo/2 = 24,5$ (mm)

$\theta_1 = \theta_0 \cdot \alpha h \cdot \alpha m = 0,00$

$\theta_0 = 0,01$

$\alpha h = 0,82$

$\alpha m = (0,5(1+1/m))^{0,5} = 1,00$

m = 1,00

Method based on nominal curvature

M2 = N * e2 = 166,69 (kN*m)

e2 = $lo^2 / c \cdot (1/r) = 166,7$ (mm)

c = 10,00

$(1/r) = Kr \cdot K\phi \cdot (1/r_0) = 0,01$

Kr = 1,00

$K\phi = 1 + \beta \cdot \phi_{ef} = 1,00$

$\beta = 0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150 = -0,05$

$\phi_{ef} = 2,20$

$1/r_0 = (f_{yd}/E_s) / (0,45 \cdot d) = 0,01$

d = 417,3 (mm)

E_s = 200000,00 (MPa)

f_{yd} = 434,78 (MPa)

(5.35)

ME_{dmin} = 20,00 (kN*m)

ME_d = max(ME_{dmin}, M0Ed + M2) = 491,18 (kN*m)

2.5.1.2. Detailed analysis-Direction Z:

MA = 0,00 (kN*m) MB = 0,00 (kN*m)

Case: Cross-section at the column end (Lower node), Slenderness not taken into account

M0 = 0,00 (kN*m)

ea = 0,0 (mm)

Ma = N * ea = 0,00 (kN*m)

ME_{dmin} = 20,00 (kN*m)

M0Ed = max(ME_{dmin}, M0 + Ma) = 20,00 (kN*m)

2.5.2 Reinforcement:

Real (provided) area

Asr = 4423,36 (mm²)

Ratio:

 $\rho = 1,92 \%$ **2.6 Reinforcement:****Main bars (A500HW):**

- 22 $\phi 16$ l = 5960,00 (mm)

Transversal reinforcement: (A500HW):stirrups: 29 $\phi 6$ l = 1651,67 (mm)pins 261 $\phi 6$ l = 546,56 (mm)**3 Material survey:**

- Concrete volume = 1382400000,00 (mm³)
- Formwork = 11520000,00 (mm²)
- Steel A500HW
 - Total weight = 249,33 (kG)
 - Density = 0,00 (kG/mm³)
 - Average diameter = 10,1 (mm)
 - Reinforcement survey:

Diameter	Length (mm)	Weight (kG)	Number (No.)	Total weight (kG)
6	546,56	0,12	261	31,67
6	1651,67	0,37	29	10,63
16	5960,00	9,41	22	207,02

Bilaga 2 - Beräkningar ur Concrete Column, pelare böjd i en riktning

Concrete Column 6.5.007
© StruSoft AB 2023

1(3)

Project: ConcreteColumncalculation1 Date: 2023-04-28
Description: Made by: ThomasLemström
Project file: C:\Users\Thomas\OneDrive - Ab Companyname:
Yrkeshogskolan vid Abo
AkademilExamensarbetelåt ett håll böjdlåt ett
håll böjd.ccc

Input - Eurocode concrete / EN 1992-1-1 (Finnish annex)

Column: Ned - Ultimate limit state -

General

Designation	Value
Exposure class:	XC1 Dry or permanently wet
Life class:	L50
Quality control and reduced deviations:	No
Reduced or measured geometrical data:	No

Column geometry

Designation	Value	Designation	Value
Column length (m):	6.0	Column type:	Slender
Buckling length, L_{ey} (m):	12.0	Stabilized L_{ey}/i :	No
Buckling length, L_{ez} (m):	12.0	Stabilized L_{ez}/i :	No

Concrete Material C35/45

Design values for Ultimate Limit State (MPa)	Value [MPa]	Design values for Ultimate Limit State (MPa)	Value [MPa]
f_{cd}	19.83	ϵ_{cu}	0.0035
f_{ctd}	1.50	γ_e	1.50
E_{cd}	28398	Low strength variation:	No
ϵ_{e1}	0.0020		

Design values for Ultimate Limit State (MPa)

Designation	Bottom Designation B500K Diameter, mm 20	Top Designation B500K Diameter, mm 20	Stirrup Designation B500K Diameter, mm 8
f_{yd}	435	435	435
f_{yed}	435	435	435
E_{sd}	200000	200000	200000
γ_s	1.15	1.15	

Reinforcement details

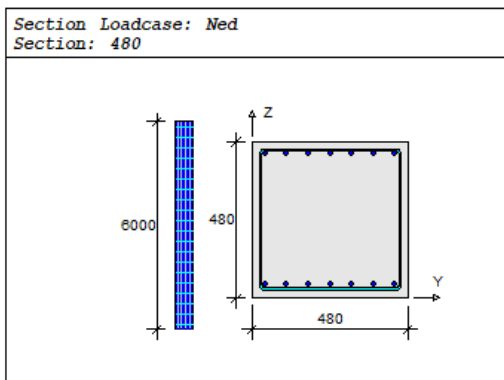
	Bottom	Code	Top	Code
Cover	30	30	30	30
Cover (side)	30	30		
Distance between bars				
In same layer	20	20	20	20
In different layers	20	20	20	20
Vibration space 0 (mm)				
Largest aggregate size 10 (mm)				
Cover tolerance 10 (mm)				
Stirrup details				
Angle (deg)	90.0			

Concrete Column 6.5.007
© StruSoft AB 2023

2 (3)

Project: Concrete Column calculation 1
Description:
Project file: C:\Users\Thomas\OneDrive - Ab
Yrkeshogskolan vid Abo
Akademi\Examensarbete\lat ett håll böjd\lat ett
håll böjd.ccc

Date: 2023-04-28
Made by: Thomas Lemström
Company name:



Loadcase dependent parameters

Loadcase	Creep coefficient
Ned (Effective creep)	2.20

Loadcase

Designation	Mz [kNm]	My [kNm]	N [kN]	Limit state	Type
Ned	0	300.0	-1000.0	ULS	-

Column: Ned - Calculation settings

Design settings	
Use compression reinforcement	Yes
Use minimum reinforcement	Yes
Total number of cuts	2.00
2nd order moment calculation	Curvature method (EN 5.8.8)

Design results

Column: Ned - Ultimate limit state -

Slender bending capacity

Buckling data	Calculated WITH 2nd order moment according to the Curvature method (EN 5.8.8)
Required reinforcement	7 \varnothing 20 + 7 \varnothing 20
Moment from load	$M_y = 300.0$ kNm
Moment from initial bow imperfection	$M_{s1y} = 30.0$ kNm
Addition from 2nd order effects	$M_{y2} = 197.6$ kNm
Total design moment	$M_{y,d2} = 300.0 + 30.0 + 197.6 = 527.6$ kNm
Minimum moment with respect to unintentional load eccentricity according to EN 6.1.	$M_y = 20.0$ kNm
Moment capacity	$M_{R,dy} = 559.2$ kNm
Utilization ratio	$M_{y,d2}/M_{R,d} = 527.6/559.2 = 0.94$

Concrete Column 6.5.007

3 (3)

© StruSoft AB 2023

Project:	ConcreteColumncalculation1	Date:	2023-04-28
Description:		Made by:	ThomasLemström
Project file:	C:\Users\Thomas\OneDrive - Ab Yrkeshogskolan vid Abo Akademi\Examensarbete\åt ett håll böjd\åt ett håll böjd.ccc	Company name:	

Slender bending capacity

Moment from load	$M_k = 0$ kNm
Moment from initial bow imperfection	$M_{i1k} = 30.0$ kNm
Addition from 2nd order effects	$M_{k2} = 232.7$ kNm
Total design moment	$M_{k,d2} = 0 + 30.0 + 232.7 = 262.7$ kNm
Minimum moment with respect to unintentional load eccentricity according to EN 6.1.	$M_k = 20.0$ kNm
Moment capacity	$M_{Rd,k} = 431.9$ kNm
Utilization ratio	$M_{k,d2}/M_{Rd,k} = 262.7/431.9 = 0.61$

Biaxial check	Imperfections only considered in direction with highest utilization above, no biaxial check needed!
---------------	---

Axial force capacity

Maximum compression axial force	$N_{R,d} = -6394.6$ kN
Utilization ratio	$N/N > (R_d) = -1000.0/-6394.6 = 0.16$

Minimum stirrups

Minimum transverse reinforcement according to EN 1992-1-1 9.5.3 $\varnothing 8$ s 300

Bilaga 3 – Jämförelse beräkningar SKOL

B3 Kahteen suuntaan taivutettu teräsbetonipilari/ Laskenta							Versio 1.52	Sivu1(7)		
Olosuhdetekijät:										
Tunnus										
Rasitusluokka =	XC1									
Suun. käyttöikä =	50 vuotta									
RH =	40 %									
t =	3650									
t ₀ =	28									
	d									
	d									
BETONI										
Rakenneluokka =	2									
Osavarmuusluku, γ _c =	1,5									
α _{cc} =	0,85									
	f _{ck}	f _{cd}	f _{cm}	E _{cm}	ε _{c3}	ε _{cu3}	λ	η		
Tunnus	MPa	MPa	MPa	GPa	‰	‰				
C35/45	35,00	19,83	43,00	23	1,75	3,50	0,80	1,00		
BETONITERÄS										
Osavarmuusluku, γ _s =	1,15									
	f _{yk}	f _{yd}	E _s	ε _{yd}	ε _{ud}					
Tunnus	MPa	MPa	MPa	‰	‰					
500	500	434,8	200000	2,174	10					
$f_{cd} = \alpha_{cc} * f_{ck} / \gamma_c$ $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ $\epsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$										
RAKENNEOSAN MITAT JA GEOMETRIA:										
Korkeus, H =	480 mm			L =	6000 mm					
Leveys, B =	480 mm			μ _{yy} =	2		Nurjahduskerroin Y-Y akselin ympäri			
A _c =	230400 mm ²			A _c = B * H	μ _{zz} =	0		Nurjahduskerroin Z-Z akselin ympäri		
Rakenne on: Sivusiirtymätön (mastopilari) Z-Z suunnassa										
Sivusiirtymätön Y-Y suunnassa										
Betonipeite, c =	40 mm			Huomioi epätarkkuudet(e):						
Δc _{dev} =	10 mm			Z-Z suunnassa						
Max rakoko, d _g =	32 mm			Nurjahduspituudet						
Rauditus				L _{0,yy} =	12000 mm		L _{0,yy} = L * μ _{yy}			
Ø _{main} =	25 mm			L _{0,zz} =	0 mm		L _{0,zz} = L * μ _{zz}			
n _h =	2			Jäyhyyssäteet						
n _b =	5			i _{yy} =	138,6 mm		i _{yy} = H / (12) ^{0,5}			
Σbars =	10			i _{zz} =	138,6 mm		i _{zz} = B / (12) ^{0,5}			
Σbars =	2 * n _h + 2 * (n _b - 2)			Hoikkuusluvut						
A _{stot} =	4909 mm ²			λ _{yy} =	86,6		λ _{yy} = L _{0,yy} / i _{yy}			
ω =	0,4671			λ _{zz} =	0,0		λ _{zz} = L _{0,zz} / i _{zz}			
ω =	A _s * f _{yd} / (A _c * f _{cd})			EHTO: λ _{yy} < 140 OK						
Ø _{haat} =	8 mm			λ _{zz} < 140 OK						
s =	300 mm									
SISÄISET VOIMASUUREET										
MRT - Murtorajatilan voimasuureet [kN] ja [kNm]					KRT Pitkäaikaisen ja MRT Momentin suhde		Kokonaiskaarevuuden jakaumasta riippuva kerroin			
Puristus = (+)	Yläpää (top)		Alapää (btm)		(M _{0Eop} / M _{0Ed}) _{yy}	(M _{0Eop} / M _{0Ed}) _{zz}	c _{yy} / c _{zz}			
Veto = (-)	M _{0yy,top}	M _{0zz,top}	M _{0yy,btm}	M _{0zz,btm}						
N _{Ed} [kN]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]						
1	1000	0	0	300	0	0,741	0,741	10,000	10,000	
2	0	0	0	0	0	0,000	0,000	0,000	0,000	
3	0	0	0	0	0	0,000	0,000	0,000	0,000	
4	0	0	0	0	0	0,000	0,000	0,000	0,000	

Laskenta ja mitoitus alkaa tästä:				Sivu2(7)		
1. Raudoituksen jähyysäteiden laskeminen Y-Y ja Z-Z akselien ympäri						
H=	480 mm	$\emptyset_{\text{main}} =$	25 mm	$A_{\text{stot}} =$	4909 mm ²	
B=	480 mm	$A_{s1} =$	491 mm ²	$I_{\emptyset_{\text{main}}} =$	19174,8 mm ⁴	
				$I_{\emptyset_{\text{main}}} =$	$\pi * \emptyset^4 / 64$	
Raudoituksen jähyyssäde i _y Y-Y akselin ympäri						
rivi	d' _n [mm]	z [mm]	z ² [mm ²]	n [kpl]	I _{s,yy,n}	
1	60,5	179,5	32220,3	5	79176265	
2	419,5	-179,5	32220,3	5	79176265	
				$I_{s,yy} =$	1,58, E+08 mm ⁴	
				$i_{s,yy} =$	179,61 mm	
Raudoituksen jähyyssäde i _z Z-Z akselin ympäri						
rivi	d' _n [mm]	y [mm]	y ² [mm ²]	kpl	I _{s,zz,n}	
1	60,5	179,5	32220,3	2	31670506	
2	150,3	89,8	8055,1	2	7946389	
3	240,0	0,0	0,0	2	38350	
4	329,8	-89,8	8055,1	2	7946389	
5	419,5	-179,5	32220,3	2	31670506	
				$I_{s,zz} =$	7,93, E+07 mm ⁴	
				$i_{s,zz} =$	127,08 mm	
2. Virumaluvun laskenta (EC2 liite B)						
t ₀ =	28	d	RH =	40,00 %	H =	480 mm
t =	3650	d	f _{cm} =	43,00 MPa	B =	480 mm
u =	1920 mm		u =	2*(B+H)	A _c =	230400 mm
h ₀ =	240,00 mm		h ₀ =	2*u/A _c		
$\alpha_1 =$	0,866		$\alpha_2 =$	0,960	$\alpha_3 =$	0,902
$\alpha_1 =$	$[35/f_{cm}]^{0,7}$		$\alpha_2 =$	$[35/f_{cm}]^{0,6}$	$\alpha_3 =$	$[35/f_{cm}]^{0,5}$
$\beta(f_{cm}) =$	2,562		$\beta(f_{cm}) =$	16,8 / (f _{cm}) ^{0,2}		
$\beta(t_0) =$	0,488		$\beta(t_0) =$	1 / [0,1 + t ₀ ^{0,4}]		
$\beta_H =$	585,549		$\beta_H (f_{cm} \leq 35) =$	MIN{ 1,5 * [1 + (0,012RH) ^{1,0}] h ₀ + 250 ; 1500 }		
$\Phi_{RH} =$	1,762		$\beta_H (f_{cm} > 35) =$	MIN{ 1,5 * [1 + (0,012RH) ^{1,0}] h ₀ + 250 * α_3 ; 1500 * α_3 }		
$\Phi_0 =$	2,205		$\Phi_{RH} (f_{cm} \leq 35) =$	1 + (1 - RH / 100) / (0,1 * h ₀ ^{0,2})		
$\beta_c(t, t_0) =$	0,956		$\Phi_{RH} (f_{cm} > 35) =$	[1 + (1 - RH / 100) / (0,1 * h ₀ ^{0,2}) * α_1] * α_2		
$\Phi(t, t_0) =$	2,108		$\Phi_0 =$	$\Phi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0)$		
			$\beta_c(t, t_0) =$	$[(t - t_0) / (\beta_H + t - t_0)]^{0,3}$		
			$\Phi(t, t_0) =$	$\Phi_0 * \beta_c(t, t_0)$		

TARKISTUKSET		Sivu3(7)
3. Betonipeitteen minimipaksuuden nimellisarvon laskenta (EC2 kohta 4.4)		
$c_{min,b} =$ <input type="text" value="17"/> mm	$c_{min,b} = \text{MAX} \begin{cases} \varnothing_{main} - \varnothing_{haka} \\ \varnothing_{haka} \end{cases}$	
$c_{min,dur,basic} =$ <input type="text" value="10"/> mm	$f_{ck,min} =$ <input type="text" value="20"/> MPa	
$+c_{min,100v} =$ <input type="text" value="0"/> mm	Ehto: $f_{ck} \geq f_{ck,min}$ OK	
$+c_{min,fck} =$ <input type="text" value="-5"/> mm	$f_{ck,väh} =$ <input type="text" value="30"/> MPa	
$+c_{min,rkl} =$ <input type="text" value="0"/> mm	$c_{min,dur} = c_{min,dur,basic} + c_{min,100v} + c_{min,fck} + c_{min,rkl}$	
$c_{min,dur} =$ <input type="text" value="5"/> mm	$c_{min} = \text{MAX} \begin{cases} c_{min,b} \\ c_{min,dur} + \Delta c_{dur,y} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} \\ 10\text{mm} \end{cases}$	
$\Delta c_{dur,y} =$ <input type="text" value="0"/> mm		
$\Delta c_{dur,st} =$ <input type="text" value="0"/> mm		
$\Delta c_{dur,add} =$ <input type="text" value="0"/> mm		
$c_{min} =$ <input type="text" value="17"/> mm	$c_{nom} = \Delta c_{dev} + c_{min}$	
$\Delta c_{dev} =$ <input type="text" value="10"/> mm	EHTO: $c \geq c_{nom}$ OK	
$c_{nom} =$ <input type="text" value="27"/> mm		
Betonipeite, $c =$ <input type="text" value="40"/> mm		
4. Tankojen välisen vapaan välin minimietäisyyden laskenta (EC2 kohta 8.2)		
$k_1 =$ <input type="text" value="1"/>		
$k_2 =$ <input type="text" value="3"/> mm		
$\varnothing_{main} =$ <input type="text" value="25"/> mm		
$d_g =$ <input type="text" value="32"/> mm		
$a_{min} =$ <input type="text" value="35"/> mm		
$a_h =$ <input type="text" value="334,00"/> mm	$a_{min} = \text{MAX} \begin{cases} k_1 * \varnothing_{main} \\ d_g + k_2 \\ 20\text{mm} \end{cases}$	
$a_b =$ <input type="text" value="64,75"/> mm	EHTO: $a_h \geq a_{min}$ OK	
	$a_b \geq a_{min}$ OK	
5. Pääraudoituksen minimi/maksimivaatimukset (EC2 kohta 9.5.2)		
$A_c =$ <input type="text" value="230400"/> mm ²	$N_{Ed,max} =$ <input type="text" value="1000"/> kN	
$A_{s,min} =$ <input type="text" value="460,8"/> mm ²	$A_{s,min} = \text{MAX} \begin{cases} 0.1 * N_{Ed,max} / f_{yd} \\ 0.002 * A_c \end{cases}$	
$A_{s,max} =$ <input type="text" value="13824"/> mm ²	$A_{s,max} = 0.06 * A_c$	
$A_{stot} =$ <input type="text" value="4909"/> mm ²	EHTO: $A_{stot} \geq A_{s,min}$ OK	
	$A_{stot} \leq A_{s,max}$ OK	
6. Hakaraudoituksen minimi ja maksimivaatimukset (EC2 kohta 9.5.3)		
$\varnothing_{h,min} =$ <input type="text" value="6,25"/> mm	$\varnothing_{h,min} = \text{MAX} \begin{cases} 0.25 * \varnothing \\ 6\text{mm} \\ 15 * \varnothing_{main} \end{cases}$	EHTO: $\varnothing_{haat} \geq \varnothing_{h,min}$ OK
$s_{cl,tmax} =$ <input type="text" value="375"/> mm	$s_{cl,tmax} = \text{MIN} \begin{cases} \min(H, B) \\ 400\text{mm} \end{cases}$	EHTO: $s \leq s_{cl,tmax}$ OK
7. Päätankojen sitominen, (EC2 kohta 9.5.3(6))		
9.5.3(6) Jokainen poikkileikkauksen nurkkaan sijoitettu päätanko sidotaan haoilla. Poikkileikkauksen puristetussa osassa mikään päätanko ei saa olla kauempana kuin 150mm etäisyydellä sidotusta tangosta.		
Max etäisyys H sivulla = <input type="text" value="359"/> mm	OK - päätangot nurkissa	
Max etäisyys B sivulla = <input type="text" value="180"/> mm	LISÄHAAT TARVITAAN	

MITOITUSLASKELMAT						Sivu4(7)
8. Ekvivalentin vakiomomentin M_{0e} laskeminen, (EC2 kohta 5.8.8.2)						
$M_{01,yy} = \text{MIN} (M_{0yy,top} ; M_{0yy,btm})$ $M_{02,yy} = \text{MAX} (M_{0yy,top} ; M_{0yy,btm})$ $M_{0e,yy} = \text{MAX} \begin{cases} 0.6 * M_{02,yy} + 0.4 * M_{01,yy} \\ 0.4 * M_{02,yy} \end{cases}$			$M_{01,zz} = \text{MIN} (M_{0zz,top} ; M_{0zz,btm})$ $M_{02,zz} = \text{MAX} (M_{0zz,top} ; M_{0zz,btm})$ $M_{0e,zz} = \text{MAX} \begin{cases} 0.6 * M_{02,zz} + 0.4 * M_{01,zz} \\ 0.4 * M_{02,zz} \end{cases}$			
Y-Y akselin ympäri			Z-Z akselin ympäri			Ehto:
$M_{01,yy}$ [kNm]	$M_{02,yy}$ [kNm]	$M_{0e,yy}$ [kNm]	$M_{01,zz}$ [kNm]	$M_{02,zz}$ [kNm]	$M_{0e,zz}$ [kNm]	$ M_{02,yy} \geq M_{01,yy} $ $ M_{02,zz} \geq M_{01,zz} $
1	0,0	300,0	180,0	0,0	0,0	0,0
2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9. Mittaepätarkkuuksien aiheuttaman taivutusmomentin laskenta (EC2 kohta 5.2, menetelmä a)						
$\theta_0 = \frac{1}{200}$	$m = 1$	$L = 6,0$ m				
$\theta_i = \frac{1}{245}$	$\alpha_m = 1$	$\alpha_h = 0,816$				
$\theta_i = \theta_0 * \alpha_m * \alpha_h$	$\alpha_m = [0,5 * (1 + 1/m)]^{0,5}$	$\alpha_h = 2/(L)^{0,5}, 2/3 \leq \alpha_h \leq 1$				
N_{Ed} [kN]	$M_{i,yy}$ [kNm]	$M_{i,zz}$ [kNm]	Huomioi epätarkkuus(e):		Z-Z suunnassa	
1	1000	24,5	0,0	$e_{i,zz} = 24,5$ mm	$e_{i,yy} = 0,0$ mm	$e_{i,zz} = \theta_i * L_{0,yy} / 2$ $e_{i,yy} = \theta_i * L_{0,zz} / 2$
2	0	0,0	0,0			
3	0	0,0	0,0			
4	0	0,0	0,0	$M_{i,yy} = e_{i,zz} * N_{Ed}$	$M_{i,zz} = e_{i,yy} * N_{Ed}$	
10. Tehollisen virumaluvun ϕ_{ef} laskenta (EC2 kohta 5.8.4)						
$M_{0Eqp,yy} / M_{0Ed,yy}$	$\phi_{ef,yy}$	$M_{0Eqp,zz} / M_{0Ed,zz}$	$\phi_{ef,zz}$	Virumaluku:		
1	0,74	1,56	0,74	1,56	$\phi(t, t_0) = 2,11$	
2	0,00	0,00	0,00	0,00	$\phi_{ef,yy} = \phi(t, t_0) * (M_{0Eqp,yy} / M_{0Ed,yy})$	
3	0,00	0,00	0,00	0,00	$\phi_{ef,zz} = \phi(t, t_0) * (M_{0Eqp,zz} / M_{0Ed,zz})$	
4	0,00	0,00	0,00	0,00		
11. Taivutuskestävyyden M_{Rd} ratkaiseminen eri N_{Ed} arvoille						
11.1. Taivutuskestävyys $M_{Rd,yy}$ Y-Y akselin ympäri						$M_{Rd,yy} = fM_{Rd} + f\Delta M_{Rd} * [(N_{Ed} - fN_{Rd,yy}) / f\Delta N_{Rd}]$
N_{Ed} [kN]	$fN_{Rd,yy}$ [kN]	$fM_{Rd,yy}$ [kNm]	$f\Delta N_{Rd,yy}$ [kN]	$f\Delta M_{Rd,yy}$ [kNm]	$M_{Rd,yy}$ [kNm]	
1	1000	910,0	551,7	187,3	27,2	564,8
2	0	-94,4	383,3	109,4	19,3	399,9
3	0	-94,4	383,3	109,4	19,3	399,9
4	0	-94,4	383,3	109,4	19,3	399,9
11.2. Taivutuskestävyys $M_{Rd,zz}$ Z-Z akselin ympäri						$M_{Rd,zz} = fM_{Rd,zz} + f\Delta M_{Rd,zz} * [(N_{Ed} - fN_{Rd,zz}) / f\Delta N_{Rd}]$
N_{Ed} [kN]	$fN_{Rd,zz}$ [kN]	$fM_{Rd,zz}$ [kNm]	$f\Delta N_{Rd,zz}$ [kN]	$f\Delta M_{Rd,zz}$ [kNm]	$M_{Rd,zz}$ [kNm]	
1	1000	868,3	432,3	204,9	12,0	440,0
2	0	-153,3	340,8	240,8	30,0	360,0
3	0	-153,3	340,8	240,8	30,0	360,0
4	0	-153,3	340,8	240,8	30,0	360,0

12. Erillisten sauvojen hoikkuskriteerin λ_{lim} laskenta (EC2 kohta 5.8.3.1)

Sivu5(7)

$$B = 1,39$$

$$B = (1+2*\omega)^{0.5}$$

12.1. Hoikkuskriteeri Y-Y akselin ympäri

$$A_{yy} = 1/(1+0.2*\varphi_{ef,yy})$$

$$C_{yy} = 1.7 - r_{m,yy}$$

$$\lambda_{lim,yy} = 20*A_{yy}*B*C_{yy}/(n^{0.5})$$

$$r_{m,yy} = \begin{cases} 1 & \text{jos rakenne on sivusiirtävä (mastopilari)} \\ 1 & \text{jos } M_{02,yy} + e_{i,zz} * N_{Ed} = 0 \\ (M_{01,yy} + e_{i,zz} * N_{Ed}) / (M_{02,yy} + e_{i,zz} * N_{Ed}) & \text{muussa tapauksessa} \end{cases}$$

$$n = N_{Ed} / (A_c * f_{cd})$$

Ehto hoikkudelle:

	N_{Ed} [kN]	n	A_{yy}	$r_{m,yy}$	C_{yy}	$\lambda_{lim,yy}$	λ_{yy}	$\lambda_{yy} > \lambda_{lim,yy}$
1	1000,0	0,22	0,76	1,00	0,70	31,7	86,6	Hoikka
2	0,0	0,00	1,00	1,00	0,70	9999,0	86,6	Ei-hoikka
3	0,0	0,00	1,00	1,00	0,70	9999,0	86,6	Ei-hoikka
4	0,0	0,00	1,00	1,00	0,70	9999,0	86,6	Ei-hoikka

12.2. Hoikkuskriteeri Z-Z akselin ympäri

$$A_{zz} = 1/(1+0.2*\varphi_{ef,zz})$$

$$C_{zz} = 1.7 - r_{m,zz}$$

$$\lambda_{lim,zz} = 20*A_{zz}*B*C_{zz}/(n^{0.5})$$

$$r_{m,zz} = \begin{cases} 1 & \text{jos rakenne on sivusiirtävä (mastopilari)} \\ 1 & \text{jos } M_{02,zz} + e_{i,yy} * N_{Ed} = 0 \\ (M_{01,zz} + e_{i,yy} * N_{Ed}) / (M_{02,zz} + e_{i,yy} * N_{Ed}) & \text{muussa tapauksessa} \end{cases}$$

$$n = N_{Ed} / (A_c * f_{cd})$$

Ehto hoikkudelle:

	N_{Ed} [kN]	n	A_{zz}	$r_{m,zz}$	C_{zz}	$\lambda_{lim,zz}$	λ_{zz}	$\lambda_{zz} > \lambda_{lim,zz}$
1	1000,0	0,22	0,76	1,00	0,70	32	-	Ei-hoikka
2	0,0	-	1,00	1,00	0,70	9999	-	Ei-hoikka
3	0,0	-	1,00	1,00	0,70	9999	-	Ei-hoikka
4	0,0	-	1,00	1,00	0,70	9999	-	Ei-hoikka

13. Toisen kertaluvun momentin laskenta nimellisellä kaarevuudella (EC2 kohta 5.8.8.3)

$$n_u = 1,47$$

$$n_{bal,yy} = 0,421$$

$$n_{bal,zz} = 0,455$$

$$n_u = 1 + \omega$$

$$n_{bal,yy} = N_{Rd,bal,yy} / (A_c * f_{cd})$$

$$n_{bal,zz} = N_{Rd,bal,zz} / (A_c * f_{cd})$$

13.1. Toisen kertaluvun taivutusmomentti Y-Y akselin ympäri

$$\beta_{yy} = -0,052$$

$$i_{s,yy} = 179,6 \text{ mm}$$

$$d_{yy} = 419,6 \text{ mm}$$

$$\beta_{yy} = 0.35 + f_{ck}/200 - \lambda_{yy}/150$$

$$d_{yy} = H/2 + i_{s,yy}$$

$$(1/r_0)_{yy} = 0,000012 \text{ 1/mm}$$

$$(1/r_0)_{yy} = \varepsilon_{yd} / (0.45 * d_{yy})$$

Normaalivoiman korjauskertoin:

$$K_{r,yy} = (n_u - n) / (n_u - n_{bal,yy}) \leq 1$$

Viruman korjauskertoin

$$K_{\varphi,yy} = 1 + \beta_{yy} * \varphi_{ef,yy} \geq 1$$

Kaarevuus:

$$(1/r)_{yy} = K_{r,yy} * K_{\varphi,yy} * (1/r_0)_{yy}$$

Taipuma:

$$e_{2,zz} = (1/r)_{yy} * L_{0yy}^2 / c_{yy}$$

Toisen kertaluvun momentti:

$$M_{2,yy} = \begin{cases} e_{2,zz} * N_{Ed} & , \text{jos } \lambda_{yy} > \lambda_{lim,yy} \\ 0 & , \text{jos } \lambda_{yy} \leq \lambda_{lim,yy} \\ 0 & , \text{jos } M_{2,yy} < 0.1 * (M_{0e,yy} + M_{i,yy}) \end{cases}$$

	N_{Ed} [kN]	n	$K_{r,yy}$	$\varphi_{ef,yy}$	$K_{\varphi,yy}$	$(1/r)_{yy}$ [1/mm]	c_{yy}	$e_{2,zz}$ [mm]	$M_{2,yy}$ [kNm]
1	1000	0,22	1,000	1,6	1,000	0,000012	10,00	165,8	165,8
2	0	0,00	1,000	0,0	1,000	0,000012	0,00	0,0	0,0
3	0	0,00	1,000	0,0	1,000	0,000012	0,00	0,0	0,0
4	0	0,00	1,000	0,0	1,000	0,000012	0,00	0,0	0,0

13.2. Toisen kertaluvun taivutusmomentti Z-Z akselin ympäri								Sivu6(7)	
$\beta_{zz} =$	0,525		$\beta_{zz} =$	$0.35 + f_{ck}/200 - \lambda_{zz}/150$					
$i_{s,zz} =$	127,1	mm							
$d_{zz} =$	367,1	mm		$d_{zz} =$	$B/2 + i_{s,zz}$				
$(1/r_{0,zz}) =$	0,000013	1/mm		$(1/r_{0,zz}) =$	$\epsilon_{yd}/(0.45 * d_{zz})$				
Normaalivoiman korjauskerroin:				$K_{r,zz} =$	$(n_u - n)/(n_u - n_{bal,zz}) \leq 1$				
Viruman korjauskerroin:				$K_{\phi,zz} =$	$1 + \beta_{zz} * \Phi_{ef,zz} \geq 1$				
Kaarevuus:				$(1/r)_{zz} =$	$K_{r,zz} * K_{\phi,zz} * (1/r_0)_{zz}$				
Taipuma:				$e_{2,yy} =$	$(1/r)_{zz} * L_{0zz}^2 / c_{zz}$				
Toisen kertaluvun momentti:				$M_{2,zz} =$	$\begin{cases} e_{2,yy} * N_{Ed} & , \text{ jos } \lambda_{zz} > \lambda_{lim,zz} \\ 0 & , \text{ jos } \lambda_{zz} \leq \lambda_{lim,zz} \\ 0 & , \text{ jos } M_{2,zz} < 0.1 * (M_{0e,zz} + M_{i,zz}) \end{cases}$				
N_{Ed}	n	$K_{r,zz}$	$\Phi_{ef,zz}$	$K_{\phi,zz}$	$(1/r)_{zz}$	c_{zz}	$e_{2,yy}$	$M_{2,yy}$	
[kN]					[1/mm]		[mm]	[kNm]	
1	1000,0	0,22	1,000	1,56	1,820	0,000024	10,00	0,0	
2	0,0	-	1,000	0,00	1,000	0,000013	0,00	0,0	
3	0,0	-	1,000	0,00	1,000	0,000013	0,00	0,0	
4	0,0	-	1,000	0,00	1,000	0,000013	0,00	0,0	
14. Taivutusmomentin mitoitusarvot (EC2 kohta 5.8.8.2 sekä 6.1(4))									
14.1. Mitoittava taivutusmomentti Y-Y akselin ympäri									
$e_{0,zz} =$	20,00	mm	$e_{0,zz} =$	$\text{MAX}(20\text{mm} ; H/30)$					
Sivusiirtymättömälle rakenteelle:				Sivusiirtyvälle rakenteelle:					
$M_{Ed,yy} = \text{MAX} \begin{cases} e_{0,zz} * N_{Ed} \\ M_{02,yy} + M_{i,yy} \\ M_{0e,yy} + M_{2,yy} + M_{i,yy} \end{cases}$				$M_{Ed,yy} = \text{MAX} \begin{cases} e_{0,zz} * N_{Ed} \\ M_{02,yy} + M_{2,yy} + M_{i,yy} \end{cases}$					
N_{Ed}	$M_{02,yy}$	$M_{0e,yy}$	$M_{2,yy}$	$M_{i,yy}$	$e_{0,zz} * N_{Ed}$	$M_{Ed,yy}$	$M_{Rd,yy}$	Ehto:	
[kN]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	$M_{Rd,yy} \geq M_{Ed,yy}$	
1	1000,0	300,0	180,0	165,8	24,5	20,0	490,3	564,8	OK
2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	399,9	OK
3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	399,9	OK
4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	399,9	OK
14.2. Mitoittava taivutusmomentti Z-Z akselin ympäri									
$e_{0,yy} =$	20,00	mm	$e_{0,yy} =$	$\text{MAX}(20\text{mm} ; B/30)$					
Sivusiirtymättömälle rakenteelle:				Sivusiirtyvälle rakenteelle:					
$M_{Ed,zz} = \text{MAX} \begin{cases} e_{0,yy} * N_{Ed} \\ M_{02,zz} + M_{i,zz} \\ M_{0e,zz} + M_{2,zz} + M_{i,zz} \end{cases}$				$M_{Ed,zz} = \text{MAX} \begin{cases} e_{0,yy} * N_{Ed} \\ M_{02,zz} + M_{2,zz} + M_{i,zz} \end{cases}$					
N_{Ed}	$M_{02,zz}$	$M_{0e,zz}$	$M_{2,zz}$	$M_{i,zz}$	$e_{0,yy} * N_{Ed}$	$M_{Ed,zz}$	$M_{Rd,zz}$	Ehto:	
[kN]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	$M_{Rd,zz} \geq M_{Ed,zz}$	
1	1000,0	0,0	0,0	0,0	0,0	20,0	20,0	440,0	OK
2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	360,0	OK
3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	360,0	OK
4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	360,0	OK

15. Vinon taivutuksen tarkistus (EC2 kohta 5.8.9(4))	Sivu7(7)
---	----------

$$N_{Rd,comp.} = \frac{6703,8}{2134,2} \text{ kN} \quad N_{Rd,comp.} = A_c * f_{cd} + A_s * f_{yd}$$

$$N_{Rd,tens.} = \text{ kN} \quad N_{Rd,tens.} = A_s * f_{yd}$$

Eksponentti a suorakaidepoikkileikkaukselle (väliarvot interpoloidaan lineaarisesti)

$N_{Ed} / N_{Rd} =$	$\leq 0,1$	$0,7$	≥ 1
a =	1,0	1,5	2,0

$$\text{Kaava (5.39)} = (M_{Edyy}/M_{Rdyy})^a + (M_{Edzz}/M_{Rdzz})^a \leq 1.0$$

Tapaus	N_{Ed} [kN]	N_{Ed}/N_{Rd}	a	$(M_{Ed}/M_{Rd})_{yy}$	$(M_{Ed}/M_{Rd})_{zz}$	Kaava 5.39 tulos	Ehto: (5.39) ≤ 1
1	1000,0	0,149	1,041	0,868	0,045	0,903	OK
2	0,0	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	OK
3	0,0	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	OK
4	0,0	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	OK